

Universidad de **Cádiz**

Proyectos de fin de carrera de **Ingeniería Técnica Naval**

**Aplicación del "análisis por elementos finitos" en
la Ingeniería Naval**

José Manuel CUBO PÉREZ



Centro: E. U. I. T. NAVAL
Titulación: I. T. NAVAL
Fecha: Abril 2010





Indice

Prólogo	5
Objetivos	6
1. Aplicación del MEF en la ingeniería naval	7
2. Introducción al método de los elementos finitos	12
3. Breve Historia del método de los elementos finitos.	14
4. Conceptos generales del método.	16
5. Antes de realizar un calculo mediante el MEF	32
6. Estabilidad y estimación del error en el MEF	34
7. Elemento estructural a realizar el MEF	37
8. El Método de “Análisis por Elementos Finitos” en el diseño de cigüeñales.	54
9. Comprobación manual de la resistencia del cigüeñal.	55
10. Evaluación del Cigüeñal	58
11. Calculo manual de tensiones de acuerdo con el “Método de Pretrovsky”	62
12. Fuerza tangencial acumulada	66
13. Ejemplo de realización de un diseño con software Catia V.5	69
14. Diseños realizados y comparados con el software Catia V.5	76
15. Estudio comparativo de los diferentes Elementos	114
Agradecimientos	119
Bibliografía	120



Tablas de ilustraciones

Situación del Buque en quebranto (F-100) _____	7
Imagen situación del buque (Fragatas F-80) _____	8
Sección 3D cuaderna al detalle _____	8
Optimización y reforzado del detalle _____	9
Modelo a escala en canal de experiencia _____	10
Remolcador en condiciones adversas _____	10
Simulación MEF carena 3d _____	11
Ilustración 1 Discretización de una plataforma elevadora _____	12
Ilustración 2 Variedad cigüeñales _____	37
Ilustración 3 Motor Wankel _____	38
Ilustración 4 Partes del cigüeñal _____	39
Ilustración 5 Nomenclatura _____	40
Ilustración 6 Nomenclatura del Cigüeñal _____	40
Ilustración 7 Comparación Elemento vs operario _____	42
Acople cigüeñal -bloque _____	42
Ilustración 8 Cigüeñal montado en el Bloque motor _____	43
Ilustración 9 Cilindros en Línea y Cilindros en V _____	44
Ilustración 10 Formas cigüeñales equilibrados _____	46
Ilustración 11 Equilibrado Dinámico y Estático _____	46
Ilustración 12 Recubriendo cojinetes de fricción _____	47
Ilustración 13 Ajuste cigüeñal a banco motor _____	48
Ilustración 14 Operario Torneando Cigüeñal _____	50
Ilustración 15 Ajuste entre diferentes manivelas _____	50
Ilustración 16 Mecanizado de guitarras _____	51
Zonas Críticas _____	52
Cigüeña analizada con software 1 _____	61



Prólogo

El método de los elementos finitos (MEF) es una herramienta muy útil en la resolución de un gran número de problemas de ingeniería, tales como los derivados del análisis de la deformación de los cuerpos, la transmisión del calor, las redes eléctricas y los movimientos de los fluidos, así como análisis de vibraciones que tantos problemas conllevan en buques.

En este proyecto nos limitaremos al primero de los problemas y, en consecuencia, aplicaremos el método de los elementos finitos al cálculo de estructuras; concretamente se estudiará y diseñará una de las piezas de mayor relevancia en el motor de combustión interna de cualquier buque como es el cigüeñal.

El primer estudio consta de dos partes, en la primera se diseñará la pieza siguiendo los criterios de cálculo y diseño de la sociedad de clasificación (Germanischer Lloyd certification), luego dicha pieza será diseñada y analizada mediante la innovación en aplicación naval, del software Catia v.5, la utilización de este software corroborará los cálculos y diseños realizados en la primera parte.

Lo que los elementos finitos ofrece a la ingeniería naval desde el punto del desarrollo e innovación; se diseñará y analizará una pieza del buque que hubiera podido ser de las primeras fabricadas en la historia de ésta, viendo de manera más acentuada la optimización tanto a nivel de diseño como en las propiedades de la segunda pieza que se fabrica actualmente.

Este 1º estudio será tutorizado por el profesor perteneciente al Departamento de Construcciones Navales de la escuela de ingeniería técnica naval **Don Rafael González Linares**.

En el 2º estudio se realizará el análisis de esta estructura mediante el elemento finito por métodos matemáticos, que corroborarán los datos anteriormente calculados por el programa Catia V.5 y siguiendo varios métodos matemáticos. Este estudio será tutorizado por la profesora del departamento de matemáticas de la escuela de ingeniería técnica naval **Doña María De Los Santos Bruzón Gallego**.



Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es diseñar una pieza aplicando métodos numéricos en la ingeniería naval y observar su eficiencia.

Para conseguir en este objetivo primario, se perseguirán otros objetivos secundarios básicos y elementales que todo artefacto naval, maquina, estructura o componentes de las mismas tienen que cumplir para garantizar tanto a nivel de la calidad, coste y funcionamiento, un servicio óptimo, rentable y crear así un distintivo de calidad de nuestros productos en la industria naval.

Objetivos Principales:

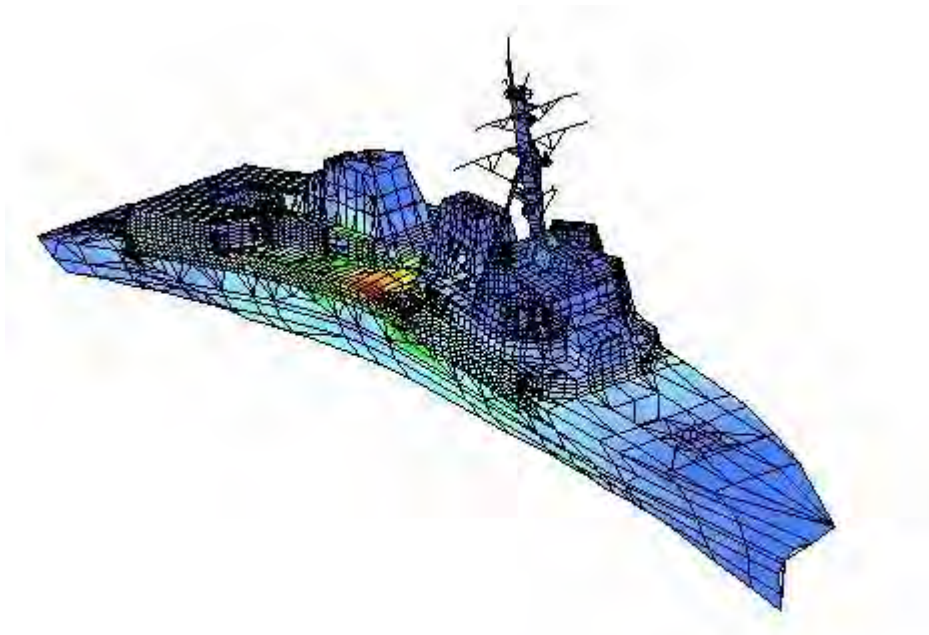
1. Optimización del diseño.
2. Reducción de empacho del servicio del elemento.
3. Reducción de peso, en el elemento en si y su estructura de servicio.
4. Mejorar la distribución de esfuerzos soportados por el elemento en sí.
5. Prever deformaciones antes de rotura.



1. Aplicación del MEF en la ingeniería naval

El método de elementos finitos constituye en la actualidad una herramienta habitual para desarrollar diferentes tipos de problemas mediante la utilización del ordenador, con lo cual se ha logrado estudiar eficientemente el comportamiento de un buque, tanto estática como dinámicamente, y con esto tener la capacidad de predecir concentración de tensiones, deformaciones, frecuencias naturales y modos de vibración de partes específicas de la estructura” véase situación del buque en quebranto F-100”.

Aplicaciones del Método de Elementos Finitos (MEF) a problemas de análisis global de embarcaciones han sido presentados en la literatura técnica incluyendo el análisis modal de embarcaciones, cargas de impacto de olas en un catamarán, análisis de estado de cargas de un buque de doble casco, verificación de las propiedades mecánicas de materiales compuestos y en la optimización hidrodinámica de yates de regata y buques de combate, por mencionar solo algunas de las aplicaciones del MEF.



Situación del Buque en quebranto (F-100)

Con la alta competitividad de los astilleros del mundo, la reducción de tiempo y costo en el diseño naval es fundamental para desarrollar proyectos de cualquier envergadura, y con este método se logra una agilización continua en el proceso de ingeniería básica de un proyecto.

Sin embargo las aplicaciones a estructuras navales particulares no son comunes en los astilleros.



Dichas aplicaciones son usadas para realizar el escantillonado previo de los refuerzos en las diferentes situaciones del buque en la mar de quebranto y arrufo como podemos observar en la imágenes “situación del buque de las fragatas (F80)”, y detallado en la imagen “optimización y reforzado del detalle”.

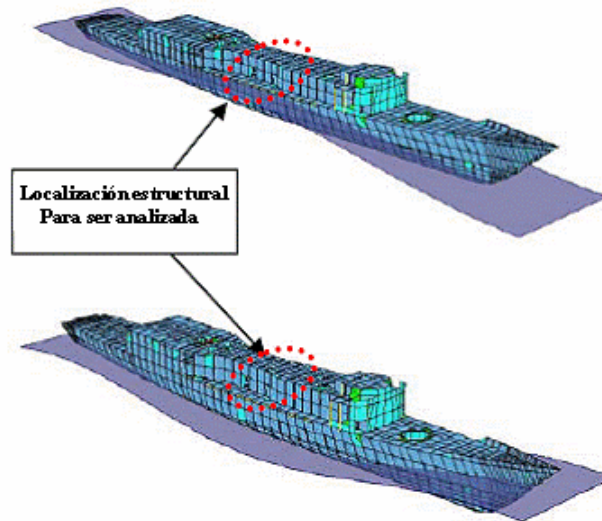
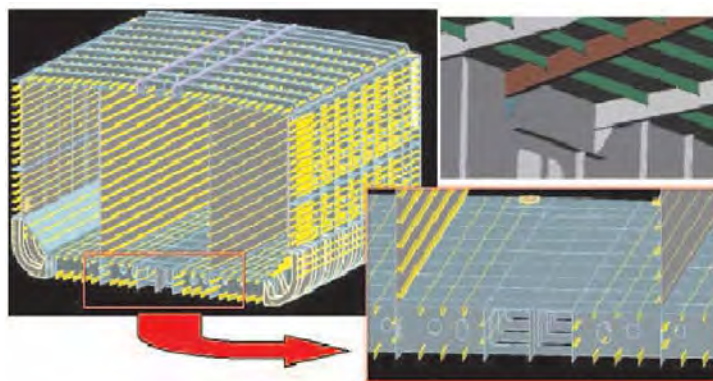


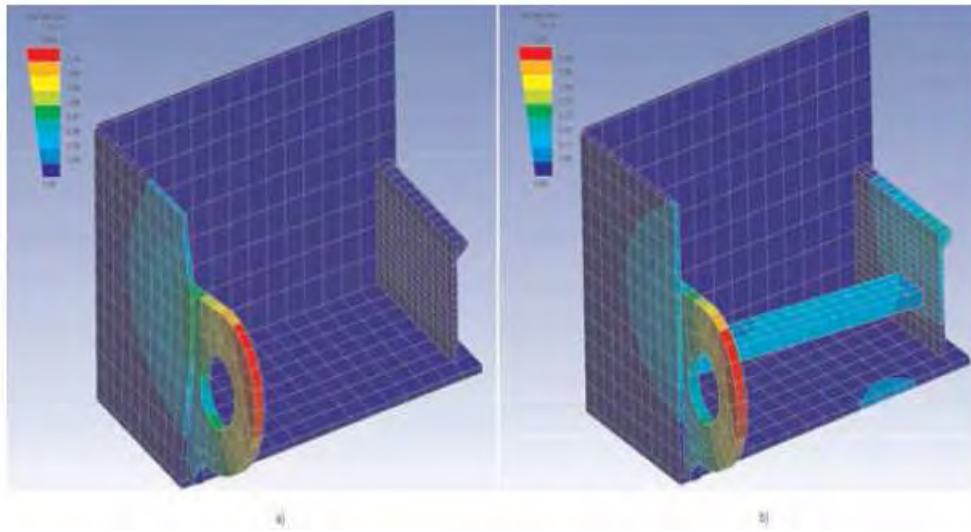
Imagen situación del buque (Fragatas F-80)

En un buque de nueva construcción, la cantidad de información que se maneja es muy elevada, gestionándose íntegramente en dos dimensiones hasta alcanzar la última fase de proyecto previa a la fabricación; donde ya empieza a ser común realizar el desarrollo del acero en tres dimensiones. Por lo tanto, durante la evolución del proyecto no se dispone en ningún momento de una representación 3D del buque completo, lo que obliga en numerosas ocasiones a realizar modificaciones una vez que el buque está ya construido, elevando de esta manera el coste de su fabricación y retrasando los tiempos de entrega.

Dichas modificaciones se podrían evitar con un modelo 3D como el de la imagen abajo expuesta, que permitiera la visualización simultánea de todos sus componentes, tal y como sucede cuando ya está construido.



Sección 3D cuaderna al detalle



Optimización y reforzado del detalle

En otros campos del diseño previo del buque, como son el diseño de las líneas de agua, se afirma que para dichas condiciones el buque avanzando a velocidad uniforme está sujeto a solicitaciones de varios tipos. La resistencia al avance en la velocidad de servicio determina la potencia de la planta propulsora, y por lo tanto, el consumo de combustible, uno de los factores de influencia determinante en la economía en servicio del buque.

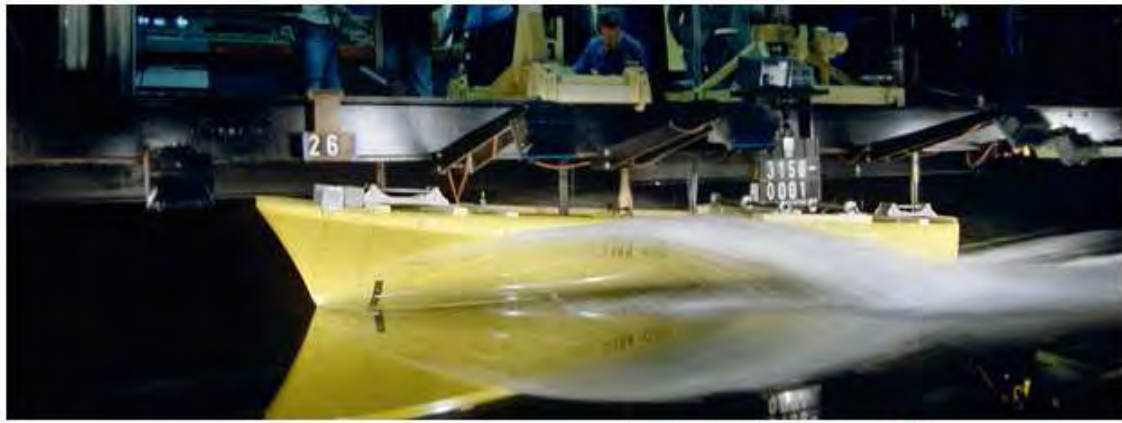
La minimización de la resistencia al avance y en consecuencia de la potencia propulsora, así como el asegurar que la planta propulsora sea capaz de entregar una potencia suficiente para cumplir los citados requisitos; son por lo tanto, una de las funciones más importantes de la oficina de proyectos y aspectos de importancia crucial a nivel de diseño del buque.

La resistencia total, viene determinada por la acción de las fuerzas hidrodinámicas que dependen de una serie de contribuciones individuales entre las que se pueden incluir las siguientes: la resistencia del casco desnudo, la resistencia de los apéndices, las pérdidas de la maquinaria y de los ejes, el rendimiento propulsivo, el ensuciamiento del casco y el entorno medioambiental.

De las anteriores, la contribución más importante se debe a la resistencia del casco desnudo, que depende principalmente de las formas del buque. La optimización de las formas del buque en el sentido de minimización de la resistencia al avance, es un problema de gran complejidad, no sólo por las muchas limitaciones prácticas impuestas por las especificaciones del proyecto (dimensiones principales, peso muerto, capacidad de carga, costes de construcción....) y otros requisitos como los criterios de estabilidad, comportamiento en la mar y maniobrabilidad, sino también por la dificultad de determinar un coste operacional mínimo, dadas las diferentes condiciones de explotación que se pueden dar.



En efecto, la optimización planteada es difícilmente aplicable en la práctica, debido a la dificultad para cuantificar el efecto de todos los parámetros involucrados, y cómo no, por la limitación del tiempo de diseño que impone la realidad, y por ello se realiza una simulación con un modelo a escala en el canal de experiencia "Modelo a escala en canal de experiencia".



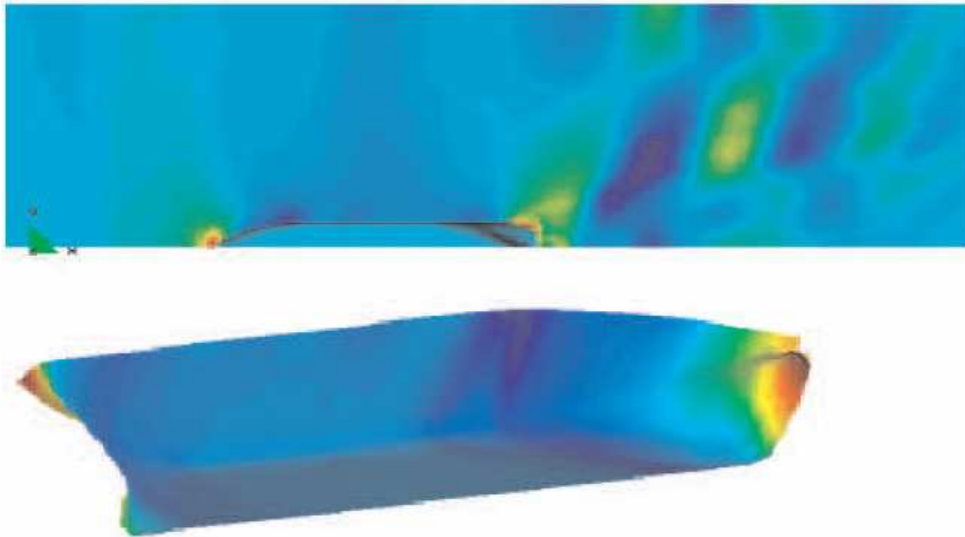
Modelo a escala en canal de experiencia

Por esta razón el problema, se suele abordar de manera simplificada.

La simplificación más usual para abordar el objetivo propuesto, es considerar por separado el comportamiento del buque en aguas tranquilas y su respuesta, en olas "Remolcador en condiciones adversas".



Remolcador en condiciones adversas



Simulación MEF carena 3d

La optimización hidrodinámica de las formas del casco para los buques mercantes típicos, se dirige principalmente a la minimización de la potencia requerida en aguas tranquilas; que es en la práctica, un límite inferior de la potencia propulsora. Es habitual suponer que el estado de la mar actúa incrementando la resistencia al avance. Este procedimiento lleva a un grado de acercamiento suficiente al diseño óptimo en condiciones de operación, y de paso asegura, que se alcance la velocidad mínima contractual en aguas tranquilas.

Para esta aplicación es también bastante usado en los diseños de carenas el MEF, como podemos ver en la imagen anterior “Simulación mef Carena 3d”.



2. Introducción al método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos (MEF) ha adquirido con el uso de los ordenadores una gran importancia en la solución de problemas de ingeniería, física, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

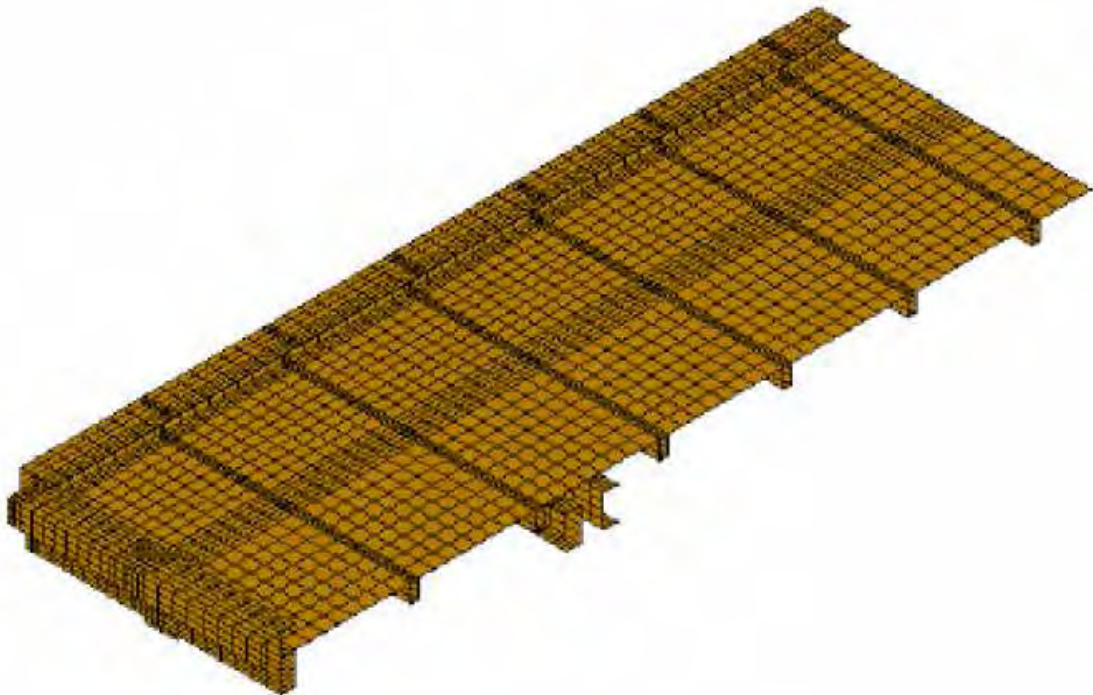


Ilustración 1 Discretización de una plataforma elevadora



El MEF como formulación matemática es relativamente nueva; aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha experimentado un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos.

Pero no hay que llevarse a engaño, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no solo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF. Sólo en este caso estaremos en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad.



3. Breve Historia del método de los elementos finitos.

Aunque el nombre del MEF se ha establecido recientemente, el concepto se ha usado desde hace varios siglos. El empleo de métodos de discretizado espacial y temporal y la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas de ingeniería o física es conocido desde antiguo. El concepto de ‘elementos finitos’ parte de esa idea. Para encontrar vestigios de este tipo de cálculos podríamos remontarnos a la época de la construcción de las pirámides egipcias. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides.

Arquímedes (287-212 a.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de áreas. En oriente también aparecen métodos de aproximación para realizar cálculos. Así el matemático chino Lui Hui (300 d.C.) empleaba un polígono regular de 3072 lados para calcular longitudes de circunferencias con lo que conseguía una aproximación al número Pi de 3.1416.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural fundamentalmente en el campo aeroespacial. En los años 40 Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de Rayleigh-Ritz para aproximar soluciones.

Fueron Turner, Clough, Martin y Topp quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples (barras y placas triangulares con cargas en su plano) al análisis de estructuras aeronáuticas, utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma.

El trabajo de revisión de Oden presenta algunas de las contribuciones matemáticas importantes al MEF. Los libros de Przemieniecki y de Zienkiewicz y Holister presentan el MEF en su aplicación al análisis estructural.

El libro de Zienkiewicz y Cheung o Zienkiewicz y Taylor presenta una interpretación amplia del MEF y su aplicación a cualquier problema de campos. En él se demuestra que las ecuaciones de los EF pueden obtenerse utilizando un método de aproximación de pesos residuales, tal como el método de Galerkin o el de mínimos cuadrados. Esta visión del problema difundió un gran interés entre los matemáticos para la solución de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales mediante el MEF, que ha producido una gran cantidad de publicaciones hasta tal punto que hoy en día el MEF está considerado como una de las herramientas más potentes y probadas para la solución de problemas de ingeniería y ciencia aplicada.



Actualmente el método se encuentra en una fase de gran expansión: es ampliamente utilizado en la industria y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación en

este campo. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de EF, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados.

Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación.



4. Conceptos generales del método.

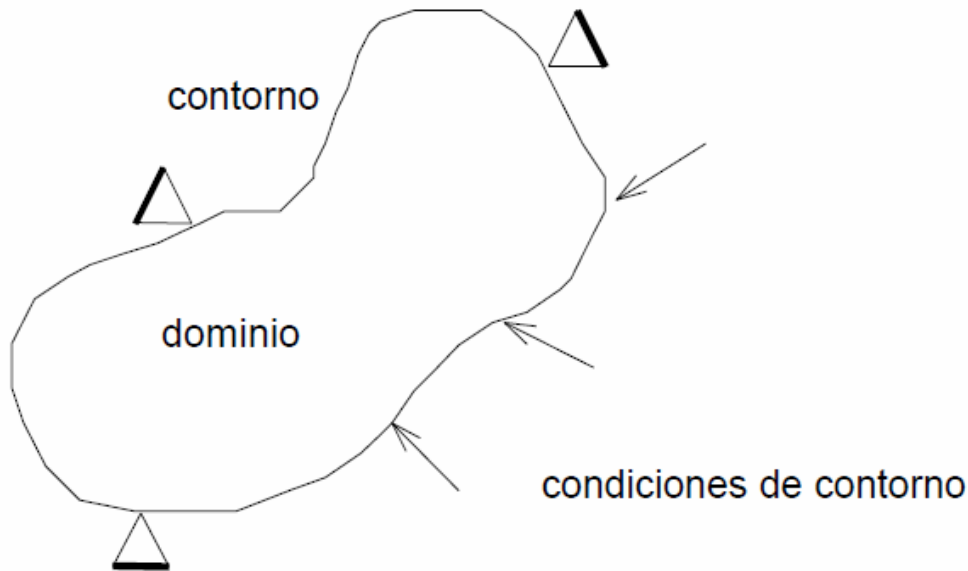
La idea general del método de los elementos finitos es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- Dominio. Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno. Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor,...
- Incógnitas. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas.



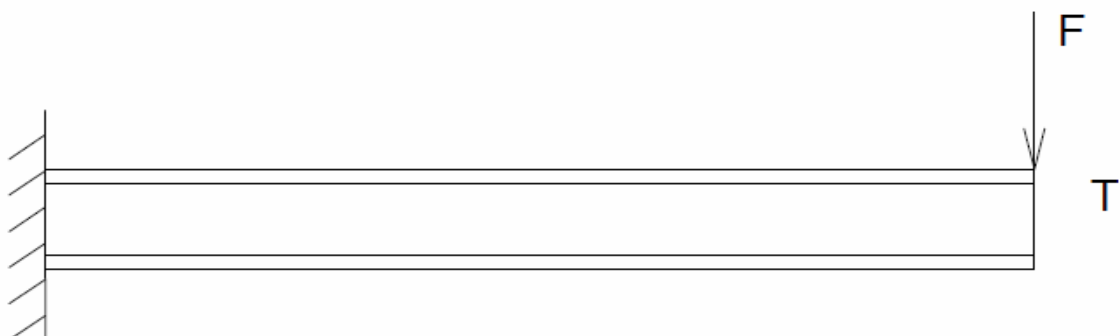
Breve esquema de lo expuesto anteriormente a continuación.



El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies, o volúmenes (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide.

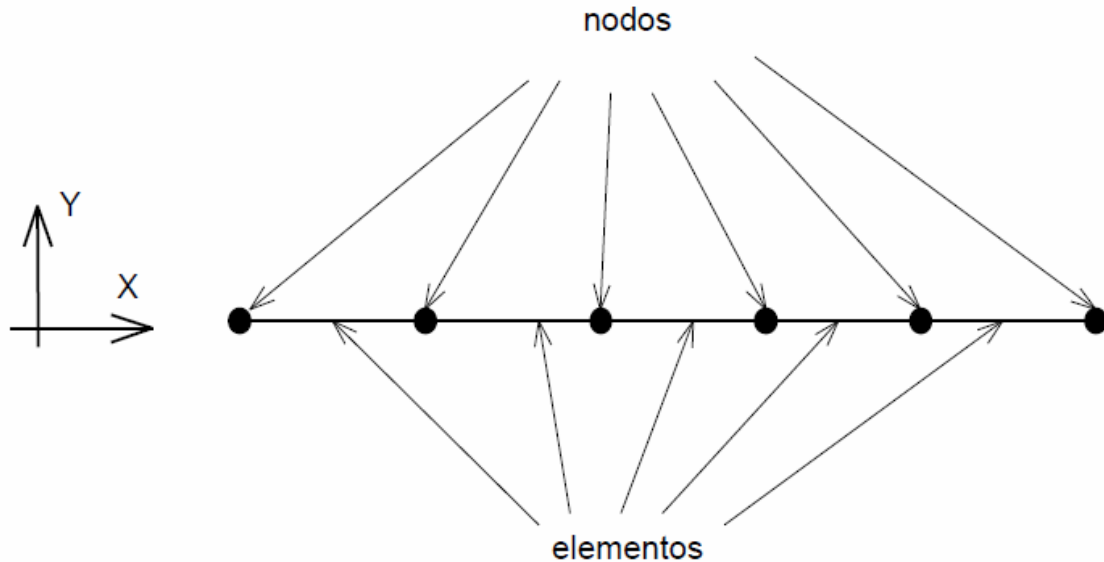
Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos podemos calcular el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones,... A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

Por ejemplo si el sistema a estudiar es una viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de temperaturas tal y como muestra la figura siguiente,





el discretizado del dominio puede ser similar al de a continuación:



Los grados de libertad de cada nodo serán:

- Desplazamiento en dirección x
- Desplazamiento en dirección y
- Giro según z
- Temperatura

El sistema, debido a las condiciones de contorno: empotramiento, fuerza puntual y temperatura, evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: tensiones, deformaciones,... También sería posible obtener la evolución temporal de cualquiera de los grados de libertad.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas 'interpolan' el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

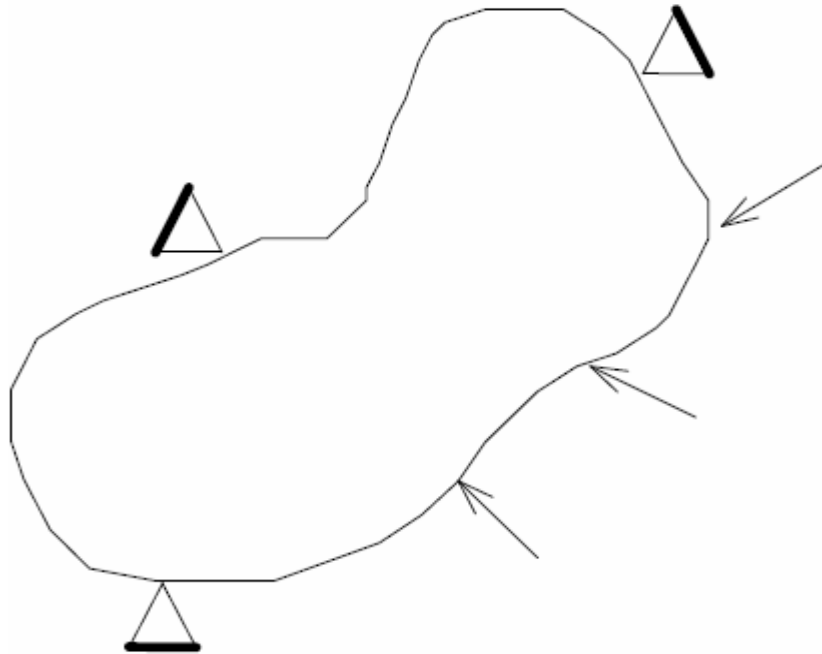


Principios generales aplicados a un continuo elástico

A continuación se muestran algunas de las ideas básicas relacionadas con los fundamentos matemáticos del MEF aplicadas al caso estructural. En las siguientes páginas se realiza un ejemplo con objeto de aclarar las ideas que se muestran en este proyecto.

Ecuaciones de equilibrio. Principio de los Trabajos Virtuales

Muchos problemas de medios continuos vienen expresados mediante ecuaciones diferenciales y condiciones de contorno sobre la función o funciones incógnitas, un ejemplo claro viene expresado en la imagen que se muestra a continuación. Ante la dificultad, y en muchos casos la imposibilidad, de encontrar una solución cerrada, se opta por realizar una aproximación, siendo necesaria la expresión integral del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV).



Se considera un continuo elástico como el de la figura sometida a unas fuerzas superficiales $\{t\} = \{t_x, t_y, t_z\}^T$ y a unas fuerzas por unidad de volumen

$\{X\} = \{X_x, X_z, X_y\}^T$ (las fuerzas por unidad de superficie podrían ser presiones y el peso propio sería una fuerza por unidad de volumen). El vector desplazamiento lo notamos por $\{u\} = \{u, v, w\}^T$. Las deformaciones correspondientes a estos desplazamientos son

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}\}^T$$



y las tensiones debidas a estas deformaciones serán:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}^T$$

Las ecuaciones de equilibrio para un elemento diferencial de volumen pueden escribirse de la forma $\nabla\{\sigma\} + \{X\} = 0$.

Donde el vector $\{X\}$ incluye de forma general las fuerzas de inercia $\{X\} = \{X\} - \rho\ddot{u}$, es decir, consideramos las fuerzas de inercia como fuerzas por unidad de volumen. Multiplicando esta ecuación por una función de ponderación $\{\delta u\}$ e integrando:

$$\int_V \{\delta u\}^T \nabla\{\sigma\} dv + \int_V \{\delta u\}^T \{X\} dv = 0.$$

Utilizando la formula de Green se puede escribir:

$$-\int_V \nabla\{\delta u\}^T \{\sigma\} dv + \int_S \{\delta u\}^T \{\sigma\} \bar{n} ds + \int_V \{\delta u\}^T \{X\} dv = 0. \quad (1.1)$$

Si se asocia la función de ponderación $\{\delta u\}$ con un desplazamiento virtual, el operador ∇ actuando sobre él será una deformación virtual

$$\{\delta \varepsilon\} = \nabla\{\delta u\}.$$

El equilibrio en el contorno exige que se cumpla la relación $\{\sigma\} \cdot \{n\} = \{t\}$ y sustituyendo en la expresión (1.1)

$$-\int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv + \int_S \{\delta u\}^T \{t\} ds + \int_V \{\delta u\}^T \{X\} dv = 0. \quad (1.2)$$

La formula de Green se obtiene a partir de la relación: $\nabla(ab) = a\nabla b + b\nabla a$ y del teorema de la divergencia ($\int_V \nabla a dv = \int_S \bar{a} nds$), que nos permite escribir:

$$\int_V a\nabla b = \int_S \bar{a} b nds - \int_V b\nabla a dv.$$

En la relación anterior es posible introducir la ley de comportamiento de material mediante la matriz elástica con las propiedades de éste, $[C]$, de forma que

$$\{\sigma\} = [C](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (1.3)$$

siendo los vectores $\{\varepsilon_0\}^T$ y $\{\sigma_0\}^T$ las deformaciones y las tensiones iniciales respectivamente. Introduciendo la expresión (1.3), suponiendo deformaciones y tensiones iniciales nulas, en la ecuación (1.2), obtenemos



$$\int_V \{\delta \varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dv = \int_V \{\delta \mu\}^T (\{X\} - \rho \{\ddot{u}\}) dv + \int_S \{\delta \mu\}^T \{t\} ds \quad (1.4)$$

que constituye la formulación del PTV y relaciona el sistema de cargas real y esfuerzos con el virtual de desplazamientos.

Funciones de interpolación

Discretizado el continuo, la idea es tomar un conjunto de funciones (funciones de interpolación) que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro del elemento en función de los desplazamientos en los nodos del mismo. Es decir

$$\{u(x, y, z)\} = [N(x, y, z)]\{U\};$$

Siendo $\{U\}$ el vector con los desplazamientos nodales. Una vez conocidos los desplazamientos en todos los nodos se determinan las deformaciones

$$\{\varepsilon\} = [D]\{u\}$$

donde $[D]$ es el operador diferencial que depende del problema en estudio. Sustituyendo el valor del desplazamiento tenemos que

$$\{\varepsilon\} = [D][N]\{U\} = [B]\{U\}$$

donde se obtiene el valor de las deformaciones en función de los desplazamientos nodales.

Sustituyendo la ecuación anterior en la expresión del PTV (1.4) tenemos

$$-\int_V [B]^T [C] [B] \{U\} dv + \int_V [N]^T (\{X\} - \rho [N] \{\ddot{U}\}) dv + \int_S [N]^T \{t\} ds = 0.$$

Reordenando esta ecuación podemos llegar a un sistema de la forma

$$[M] \{\ddot{U}\} + [K] \{U\} = \{P\}$$

donde se definen:

- Matriz de masa consistente

$$[M] = \int_V [N]^T \rho [N] dv$$

- Matriz de rigidez



$$[K] = \int_V [B]^T [C] [B] dv$$

- Matriz de cargas nodales consistentes

$$\{P\} = \int_V [N]^T \{X\} dv + \int_S [N]^T \{t\} ds$$

La expresión anterior es general y permite determinar las matrices elementales para cualquier tipo de discretización.

Síntesis de las características globales

Las anteriores matrices se calculan para cada uno de los elementos. Realizando una transformación de coordenadas a las denominadas coordenadas unitarias del elemento, las matrices quedan en función de parámetros puramente geométricos y se facilita la integración numérica. Antes de proceder al ensamblaje de todas las ecuaciones hay que realizar la transformación a coordenadas globales con el objeto de tener todas las matrices formuladas respecto al mismo sistema de coordenadas.

Una vez que se dispone de las matrices y vectores elementales en coordenadas globales su acoplamiento en el sistema puede realizarse según el llamado método directo, por el que sumamos en cada posición nodal la contribución realizada por los distintos elementos.

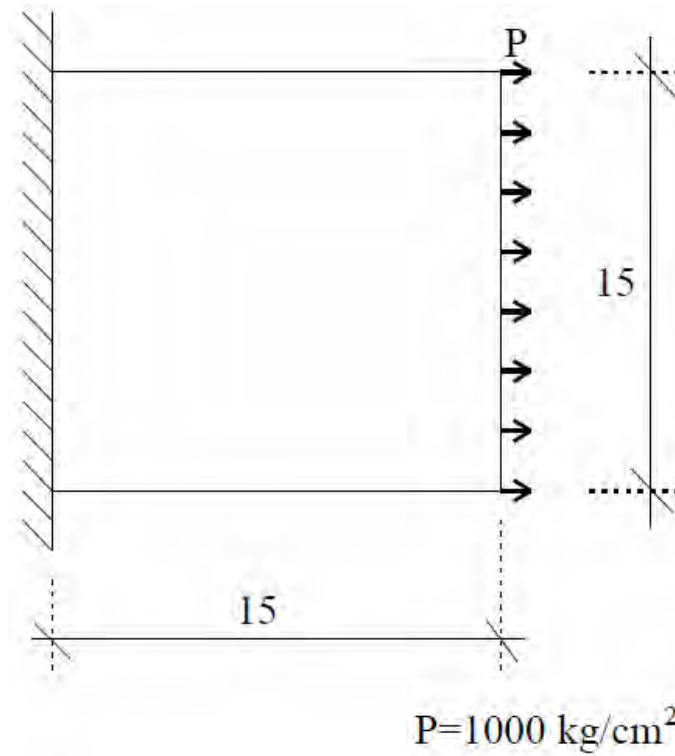
Imposición de condiciones de contorno. Solución

Antes de obtener la solución al sistema de ecuaciones planteado es necesario imponer las condiciones de desplazamientos nodales que sean conocidas. El sistema resultante se puede subdividir en dos términos: uno que contenga los desplazamientos impuestos y otro las incógnitas. Resolviendo este sistema tendremos la solución.

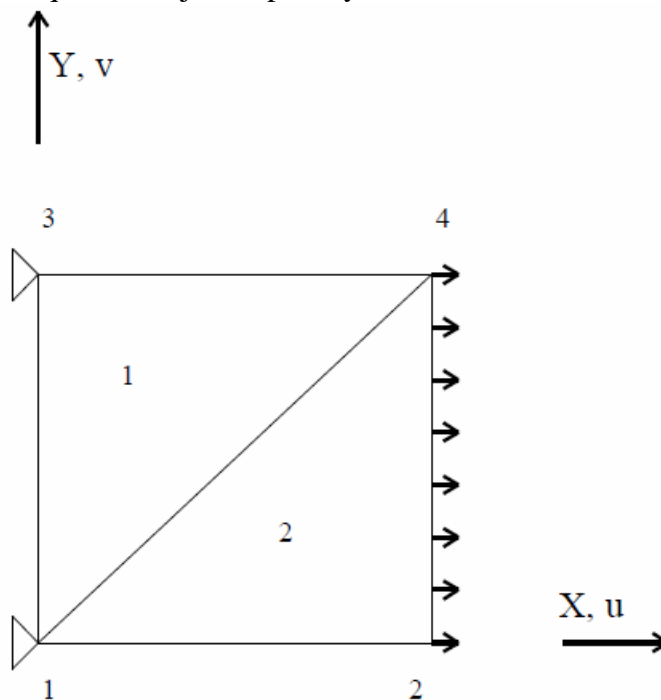
Una vez conocidos los desplazamientos nodales es posible calcular otro tipo de magnitudes (deformaciones, tensiones,...).

Ejemplo de aplicación

Con objeto de clarificar las ideas del apartado anterior aplicaremos los conceptos allí expuestos a la resolución de un caso. Se trata de obtener las ecuaciones (matriz de rigidez y vectores de cargas y desplazamientos) para resolver el problema elástico en una placa como la del ejemplo de la figura siguiente.



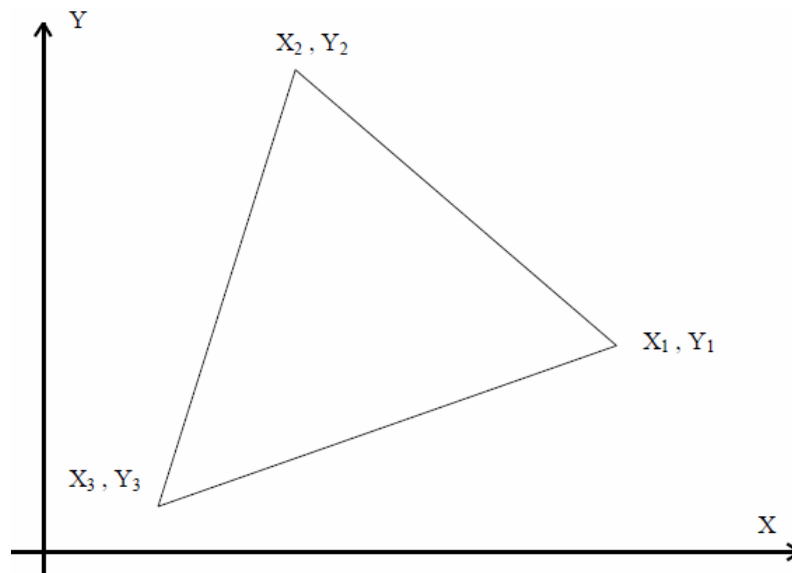
Para ello consideraremos un caso de tensión plana y emplearemos un modelo de tan solo dos elementos como el croquis anterior, de esta forma la complejidad matemática se reduce y es más claro el proceso a seguir. En el boceto siguiente se muestra los empotramientos a los que esta sujeta la placa y la dirección de los vectores de tensión.





Solución teórica

En primer lugar trataremos de obtener las ecuaciones que rigen el comportamiento de un elemento triangular como el de la figura abajo mostrada.



Las funciones de interpolación de los desplazamientos dentro del elemento se consideran lineales. Es decir

$$\begin{aligned}u(x, y) &= \alpha + \alpha_1 x + \alpha_2 y \\v(x, y) &= \beta + \beta_1 x + \beta_2 y\end{aligned}$$

donde u y v son los desplazamientos horizontal y vertical respectivamente. La ecuación anterior puede ser escrita en forma matricial

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix}$$

Particularizando las coordenadas y los desplazamientos para cada nodo obtenemos la expresión matricial.



$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix}$$

Esta expresión nos permite obtener los parámetros de las funciones de interpolación en función de los desplazamientos nodales sin más que invertir una matriz. Reordenando los distintos términos podemos escribir

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] \\ [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

donde

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

Luego ya conocemos la matriz [N] que nos relaciona el campo de desplazamientos en el elemento con los desplazamientos en los nodos

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] \\ [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix}$$

Realizando la inversa de la matriz A, podemos reescribir la matriz N en función de las características geométricas del elemento

$$[N] = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix}$$

donde los valores de N_i vienen dados por



$$\begin{aligned}
 N_1 &= (x_2 y_3 - x_3 y_2) + x(y_2 - y_3) + y(x_3 - x_2) \\
 N_2 &= (x_3 y_1 - x_1 y_3) + x(y_3 - y_1) + y(x_1 - x_3) \\
 N_3 &= (x_1 y_2 - x_2 y_1) + x(y_1 - y_2) + y(x_2 - x_1)
 \end{aligned}$$

La matriz [D] que relaciona deformaciones y desplazamientos es

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Y podemos construir la matriz [B] que nos relaciona las deformaciones con los desplazamientos en los nodos.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = [D][N]\{U\} = [B]\{U\}.$$

Sustituyendo los valores de las distintas matrices

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Dado que los valores de las funciones N_i son conocidos en función de las coordenadas nodales, es posible determinar la matriz [B] a partir de datos puramente geométricos

$$[B] = \frac{1}{2\Omega} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 & y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \end{bmatrix}$$

siendo Ω el área del triángulo.

La matriz de comportamiento [C] que relaciona deformaciones y tensiones, para el caso de tensión plana, viene dada por la relación



$$[C] = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$$

donde E es el módulo de elasticidad y μ el coeficiente de Poisson. Con las matrices definidas o calculadas hasta el momento ya es posible determinar las matrices de rigidez y el vector de cargas de cada uno de los dos elementos del modelo que hemos realizado

$$[K] = \int_V [B]^T [C] [B] dv$$

y dado que las matrices están en función de las coordenadas nodales es posible escribir

$$[K] = [B]^T [C] [B] \Omega t$$

siendo t el espesor de la placa.

En la discretización que hemos realizado tenemos dos elementos con las siguientes coordenadas

Elemento	(x ₁ ,y ₁)	(x ₂ ,y ₂)	(x ₃ ,y ₃)
1	(0,0)	(0,15)	(15,15)
2	(0,0)	(15,0)	(15,15)

Luego tenemos que la matriz de rigidez del primer elemento es

$$K_1^e = \frac{E}{2(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 15 \\ 15 & 0 & -15 \\ -15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & -15 & 15 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 15 & -15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & -15 & 0 \\ 15 & -15 & 0 & 0 & 15 & -15 \end{bmatrix}$$



$$K_1^e = \frac{E}{2(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 0.35 & -0.35 & 0 & 0 & 0.35 & -0.35 \\ & 1.35 & -1 & 0.3 & -0.65 & 0.35 \\ & & 1 & -0.3 & 0.3 & 0 \\ & & & 1 & -1 & 0 \\ & & & & 1.35 & -0.35 \\ & & & & & 0.35 \end{bmatrix}$$

De la misma forma, la matriz de rigidez de elemento 2, vendrá dada por

$$K_2^e = \frac{E}{2(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} -15 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & -15 \\ 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & -15 \\ 0 & -15 & 15 \\ 0 & 15 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & -15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & -15 \\ 0 & -15 & 15 & -15 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

Para realizar la superposición de las matrices de rigidez debemos tener en cuenta a qué nodo pertenece cada término. Para ello hay que ver qué nodos son los que definen cada elemento. La siguiente tabla nos indica la relación que existe entre la numeración 'local' de cada elemento y la global de la estructura

Elemento	Num. Local	Num. Global
1	1	1
	2	3
	3	4
2	1	1
	2	2
	3	4

y los vectores de desplazamientos nodales para cada uno de los elementos son



$$\{U\}_{j_1}^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_3 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad \{U\}_{j_2}^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_4 \end{Bmatrix}.$$

Sumando los términos de las dos matrices de rigidez correspondientes a los mismos grados de libertad, tenemos que la matriz de rigidez global es

$$K_1^e = \frac{E}{2(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 1.35 & -1 & -0.35 & 0 & 0 & 0.3 & 0.35 & -0.65 \\ & 1.35 & 0 & -0.35 & 0.35 & 0.65 & 0 & 0.3 \\ & & 1.35 & -1 & 0.3 & 0 & -0.65 & 0.35 \\ & & & 1.35 & -0.65 & -0.35 & 0.3 & 0 \\ & & & & 1.35 & -0.35 & -1 & 0 \\ & & & & & 1.35 & 0 & -1 \\ & & & & & & 1.35 & -0.35 \\ & & & & & & & 1.35 \end{bmatrix}$$

Sólo falta determinar el vector de cargas para los elementos y componer el mismo. El vector de cargas se determina mediante la expresión

$$[P] = \int_A [N]^T \{t\} da.$$

En este caso sólo tenemos cargas sobre el elemento número 2, y el vector de cargas es

$$[P]_2^e = \int \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{15}x & 0 \\ \frac{1}{15}(x-y) & 0 \\ \frac{1}{15}y & 0 \\ 0 & 1 - \frac{1}{15}x \\ 0 & \frac{1}{15}(x-y) \\ 0 & \frac{1}{15}y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \end{bmatrix} da = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3750 \\ 3750 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

El vector de cargas global, en el que introducimos las reacciones de los apoyos quedará



$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_{1x} \\ P_{2x} \\ P_{3x} \\ P_{4x} \\ P_{1y} \\ P_{2y} \\ P_{3y} \\ P_{4y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{1x} \\ 0 \\ R_{3x} \\ 0 \\ R_{1y} \\ 0 \\ R_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 3750 \\ 0 \\ 3750 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{1x} \\ 3750 \\ R_{3x} \\ 3750 \\ R_{1y} \\ 0 \\ R_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Determinado el vector de cargas ya conocemos las matrices que permiten resolver el sistema

$$[K]\{U\} = \{P\}.$$

Siendo $\{U\}$ el vector de desplazamientos, en el que hemos introducido los que son conocidos (condiciones de contorno), es decir

$$\{U\} = \{0 \quad u_2 \quad 0 \quad u_4 \quad 0 \quad v_2 \quad 0 \quad v_4\}^T$$

Para la resolución del sistema de ecuaciones se puede emplear cualquiera de los métodos numéricos existentes. Además es posible realizar un desacoplamiento de las ecuaciones de forma que obtengamos primero los desplazamientos desconocidos y posteriormente, a partir de éstos, las reacciones. Para el caso que nos ocupa la descomposición de dichos sistemas es

$$\begin{Bmatrix} 3750 \\ 3750 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{E}{2(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 1.35 & -0.35 & -0.65 & -0.3 \\ & 1.35 & 0.35 & 0 \\ & & 1.35 & -1 \\ & & & 1.35 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_4 \\ v_2 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} R_{1x} \\ R_{3x} \\ R_{1y} \\ R_{3y} \end{Bmatrix} = \frac{E}{2(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -0.3 & -0.65 \\ 0 & -1 & 0 & 0.35 \\ 0.35 & -0.65 & -0.35 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & -0.35 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_4 \\ v_2 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

Resolviendo los sistemas anteriores obtenemos como solución



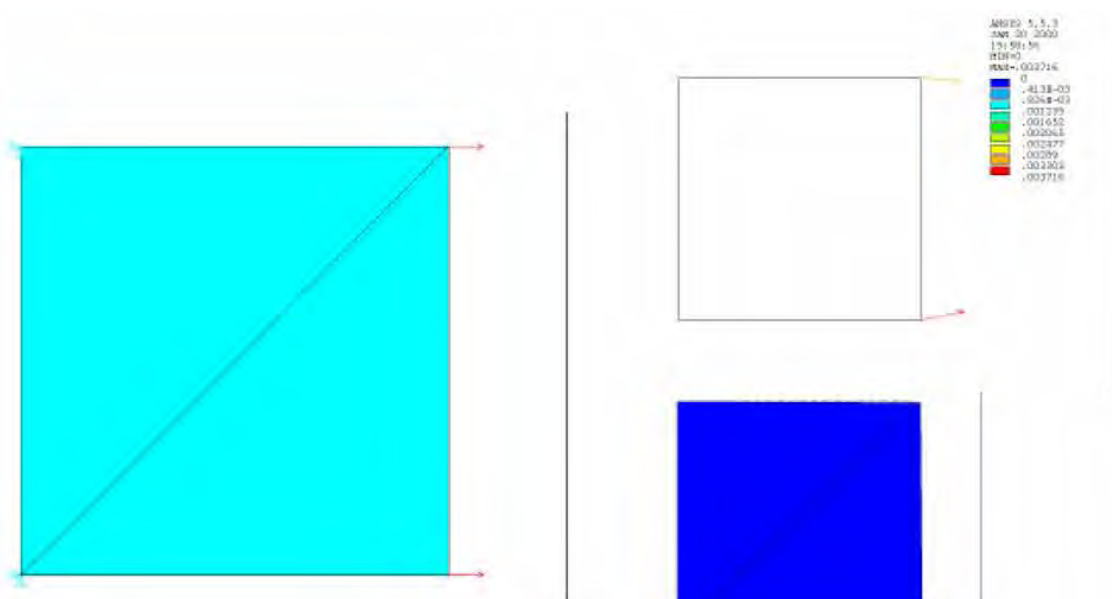
$$\begin{Bmatrix} u_2 \\ u_4 \\ v_2 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.362 \cdot 10^{-2} \\ 0.316 \cdot 10^{-2} \\ 0.742 \cdot 10^{-3} \\ -0.259 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} R_{1x} \\ R_{3x} \\ R_{1y} \\ R_{3y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3750 \\ -3750 \\ -1198.4 \\ 1198.4 \end{Bmatrix}$$

Solución comparativa con el programa ANSYS

Resuelto este mismo ejercicio con ANSYS, ya que el software que utilizaremos posteriormente (Catia V.5) no es tan descriptivo desde el punto de vista matemático, obtenemos los siguientes resultados expuestos abajo, en los que se difieren perfectamente los esfuerzos aplicados en cada nodo.

NODE	UX	UY
1	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.36413E-02	0.74187E-03
3	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.31591E-02	-0.25965E-03

NODE	FX	FY
1	-3750.0	-1198.4
3	-3750.0	1198.4





5. Antes de realizar un calculo mediante el MEF

Antes de comenzar a resolver un problema mediante cualquier programa de Elementos Finitos conviene reflexionar sobre una serie de puntos.

¿Qué se pretende con el análisis?

Determinar tensiones, obtener distribuciones de temperatura, ver cómo evoluciona el sistema, calcular frecuencias y modos propios,... Esta pregunta nos determinará el tipo de análisis ha realizar.

¿Cómo va a ser la geometría que vamos a analizar?

Seguramente conocemos la geometría real del problema, pero a la hora de realizar su análisis deberemos simplificarla al máximo en función del objetivo del análisis, ya que la mayoría de los detalles son superfluos y lo único que conllevan es un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello deberemos buscar posibles simetrías, antisimetrías, axisimetrías del problema, problemas de tensión o deformación planas, eliminación de detalles superfluos: radios de acuerdo, entallas,... Una vez estudiada la geometría podremos decidir el o los tipos de elementos a utilizar, las características de los mismos, así como las propiedades de el o los materiales (módulo de elasticidad, conductividad,...) a emplear.

¿Qué condiciones de contorno imponemos sobre el sistema a estudiar?

También serán conocidas las condiciones de contorno, pero deberemos estudiar si son o no importantes o influyentes en el tipo de análisis que vamos a realizar (puede darse el caso, por ejemplo, de que nuestro sistema esté sometido a un cambio brusco de temperatura, pero que deseemos realizar un análisis modal para conocer sus frecuencias naturales, en cuyo caso el resultado es independiente de esta condición). Una vez decididas las condiciones de contorno hemos de estudiar la forma de aplicarlas, si representan las condiciones reales del problema, si existe equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático),... La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos.



¿Qué resultados esperamos obtener?

Para poder saber si hemos realizado correctamente el análisis o si representa bien la realidad, deberemos tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, si estamos analizando una tubería sometida a presión interior y los resultados nos indican que disminuye el radio deberemos pensar que hemos modelado mal el sistema, bien en la aplicación de las cargas, en el mallado, etc.

Una vez estudiados estos puntos estamos en disposición de realizar un Análisis por Elementos Finitos, después de este análisis y a la vista de los resultados conviene representar los puntos que se han remarcado.



6. Estabilidad y estimación del error en el MEF

Son diversas las fuentes de error en el análisis del problema empleando el MEF. Se recogen a continuación un breve esquema de errores.

1. Errores de modelización:

En la modelización de cargas exteriores.
Modelización de condición de contorno.
Propiedades de los materiales.

2. Errores en la discretización:

Errores en la aproximación de la geometría. Por falta de capacidad de las funciones de forma de representar con exactitud la geometría real. Este problema se resuelve aumentando el mallado o refinándolo en las zonas conflictivas.

Errores en la discretización. Relacionándolo con el tamaño del elemento y la función de forma de los corrimientos de los nodos. Como norma general se emplean elementos pequeños en las zonas de variación rápida de la solución, y elementos grandes en las zonas de variación lenta.

3. Errores de computación:

Errores sobre la integración de los elementos. Dado que hay que tomar un polinomio de Legendre hay que aceptar un cierto grado de error (dependiendo del grado del polinomio).

Errores en la resolución del sistema de ecuaciones. Por errores de truncamientos en la representación interna del ordenador de los números reales, y por lo tanto por errores de redondeo.

Estimación de error

La forma exacta de determinar los errores asociados a la solución del problema, es conocer la solución exacta y restarle el valor obtenido.

$$e_{\text{Corrimientos}} = u_{\text{real}} - u_{\text{calculada}} \quad (1.5)$$

$$e_{\text{deformaciones}} = \mathcal{E}_{\text{real}} - \mathcal{E}_{\text{calculada}} \quad (1.6)$$

$$e_{\text{tensiones}} = \sigma_{\text{real}} - \hat{\sigma}_{\text{calculada}} \quad (1.7)$$



Los estimadores que se emplean se basan en normas, que representan alguna actividad escalar integral para medir el error o la función misma.

La norma que se suele usar es la norma de energía que viene dada por.

$$\|e\| = \left[\int_{\Omega} (\varepsilon_{real} - \varepsilon_{imaginaria})(\varepsilon_{real} - \varepsilon_{calculada}) \cdot d\Omega \right]^{1/2} \quad (1.8)$$

Expresión que guarda relación directa con la ecuación de la energía de deformación del sistema, que viene dada por la ecuación:

$$dU = \int_{\Omega} d \cdot \varepsilon^T \cdot \sigma \cdot d\Omega \quad (1.9)$$

La dificultad estriba en que nunca se conocen los valores reales. Por ello la única manera que se ha encontrado para evaluar la bondad de las soluciones es mediante estimadores de error que comparan la solución $\sigma_{calculada}$ obtenida respecto a una solución obtenida mediante interpolación de funciones N del mismo tipo que las empleadas para representar el campo de corrimiento $U_{calculadas}$. El resultado obtenido es $\hat{\sigma}$, un campo de tensiones “aplanado”. El error estimado es:

$$e_{\sigma} = \sigma - \hat{\sigma}_{calculada} \quad (1.10)$$

Este valor e_{σ} se puede introducir en la norma (1.8) para calcular el error de esta norma o de cualquier otra (corrimientos, deformaciones, etc.)

Mallado adaptativo.

La importancia de disponer de un método para evaluar el error que se comete en el cálculo radica en que permite el afinamiento de los mismos. La finalidad es conseguir obtener un resultado por debajo de un error marcado.



Existen 3 formas de refinamiento de los problemas:

Método H:

Consiste en la reducción de error actuando directamente sobre el tamaño del elemento y manteniendo constante la función de forma. Presenta dos inconvenientes, es el método más lento, desde el punto de vista de velocidad de convergencia; y se pierde el control sobre el mallado, pudiendo generarse mallas distorsionadas.

Método P:

Consiste en ir aumentando progresivamente el grado de los polinomios de interpolación (funciones de forma), manteniendo fija el tamaño de los elementos. Tiene mayor velocidad de convergencia que el método H, pero presenta el problema de que requiere acotar el grado máximo del polinomio. Un grado máximo podría provocar un rizado en las soluciones.

Método HP:

Consiste en el uso secuencial de ambas técnicas. En primer lugar se optimiza el mallado a la geometría, y posteriormente se modifica el grado del polinomio hasta alcanzar el error deseado.



7. Elemento estructural a realizar el MEF

El método de elementos finitos lo vamos a aplicar en este proyecto a una pieza que hoy día resulta fundamental en la ingeniería naval y estructuralmente en un motor diesel, esta pieza en concreto es el cigüeñal “Ver ilustración 2”.

Antes de aplicar el MEF realizaremos un estudio histórico previo de la pieza, de este modo se conocerá más en profundidad la dificultad que entraña el diseño de la misma.

Definición:

Mec. Eje con codos que transforma un movimiento rectilíneo en circular.
“Vease ilustración 2”.

El Cigüeñal:

El cigüeñal de un motor diesel constituye uno de los componentes mas importantes de este tipo de maquinas de combustión interna. El cigüeñal posee una geometría muy compleja, y tiene encomendada la misión de convertir el desplazamiento Lineal del pistón en un movimiento rotativo mediante un mecanismo de 4 Eslabones (Pistón, Biela y Cigüeñal)”véase ilustración 4 “.

A su vez forma parte del mecanismo biela - manivela, es decir de la serie de órganos que con su movimiento transforman la energía desarrollada por la combustión en energía mecánica. El cigüeñal recoge y transmite al cambio la potencia desarrollada por cada uno de los cilindros., Por consiguiente, es una de las piezas más importantes del motor.



Ilustración 2 Variedad cigüeñales



Los cigüeñales experimentan un gran número de ciclos de trabajo durante la vida de servicio del motor. Por este motivo, durante el proceso de diseño debe evaluarse su comportamiento ante la fatiga. Y por razones de tipo económico así como de eficiencia energética, los cigüeñales deben diseñarse cuidadosamente para conseguir el menor peso y dimensiones posibles.

Los cigüeñales están sometidos a las grandes cargas originadas por los Gases de combustión. Estas cargas son aplicadas en las caras superiores de los Pistones y transmitidas al Cigüeñal a través de las Bielas. También están sometidos a la acción de las Fuerzas de Inercia de las Masas Móviles. Ambos tipos de solicitaciones, que dependen de muchos factores, someten al Cigüeñal a Cargas Flectoras y Torsionales variables y de gran magnitud.

Como consecuencia de lo señalado anteriormente los Cigüeñales presentan un alto riesgo de fallo (avería). Entre las distintas causas (fuentes) de fallos mencionaremos las siguientes:

- ✘ Defectos en el Diseño
- ✘ Fabricación y/o Montaje incorrectos
- ✘ Errores de Operación
- ✘ Inadecuado Mantenimiento Preventivo y/o Correctivo (Reparación)

En los motores rotativos (eléctricos o de turbina), el árbol motor tiene simplemente forma cilíndrica, con estriados para su ajuste con el rotor (inducido eléctrico o rodete de la turbina) y engranajes o poleas para transmitir el movimiento. En los motores de pistón rotativo “tipo Wankel en la siguiente imagen” el cigüeñal lleva simplemente una excéntrica circular por cada pistón.

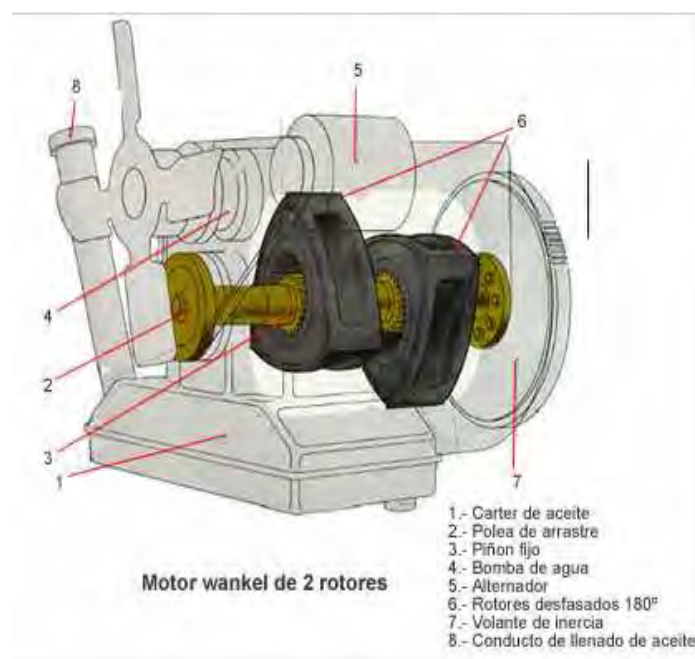


Ilustración 3 Motor Wankel



Sin embargo, en los motores alternativos tradicionales tiene una forma más complicada (puesto que hay manivelas), determinada por la necesidad de transformar el movimiento alternativo en movimiento giratorio: precisamente dada su forma, se le denomina árbol de manivelas o árbol de codos, además de cigüeñal.

En los primeros tiempos, el motor típico de combustión interna era monocilíndrico, y el cigüeñal, al tener una sola manivela, era completamente semejante al antiguo berbiquí de carpintero, denominado en francés «vilebrequin». El término vilebrequin es aún hoy día el apelativo francés correspondiente al español cigüeñal. Los ingleses lo llaman «crankshaft» y los alemanes «Kurbelwelle», que significa árbol - manivela.



Ilustración 4 Partes del cigüeñal

Cada manivela está formada por dos brazos llamados brazos de manivela y por la muñequilla de manivela o muñequilla de biela, que gira sobre el cojinete de la cabeza de biela. Las muñequillas del eje de rotación del cigüeñal se denominan muñequillas de bancada.

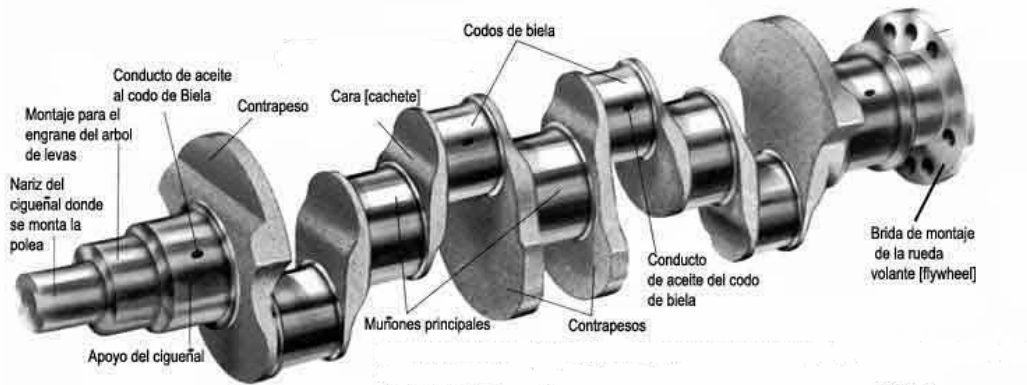


Ilustración 5 Nomenclatura

En los motores con los cilindros en línea el cigüeñal está formado por tantas manivelas como cilindros. En los motores con los cilindros opuestos el número de manivelas puede ser el mismo que el de cilindros o sólo la mitad. En los motores en V, generalmente el número de manivelas es la mitad del de cilindros

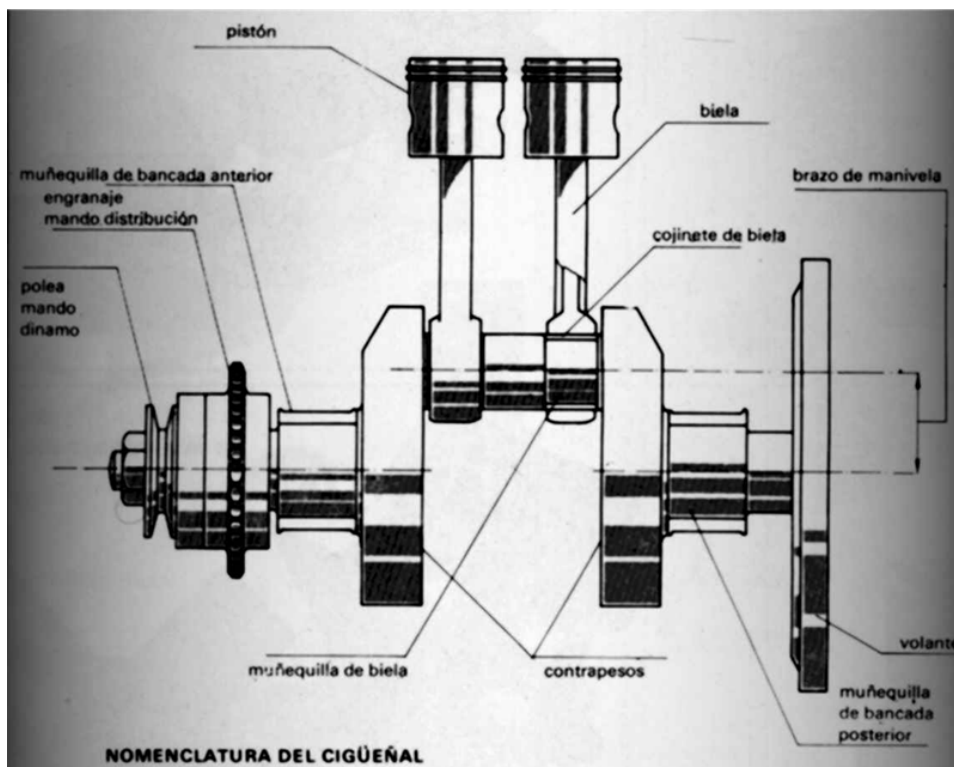


Ilustración 6 Nomenclatura del Cigüeñal



El número de muñequillas de bancada puede variar bastante”Ilustración 5 “. Por ejemplo, en un motor de 4 cilindros puede emplearse un cigüeñal que tenga únicamente dos muñequillas de bancada, o bien tres, cuatro o cinco. La elección depende de razones técnicas y económicas. La solución más económica es un cigüeñal con sólo dos apoyos en los extremos, pero en este caso no puede pretenderse alcanzar potencias elevadas a altos regímenes' De hecho, para evitar las flexiones y las consiguiente vibraciones del cigüeñal, es necesario que las muñequillas de manivela tengan el mayor diámetro posible y los brazos de manivela una sección considerable.

El cigüeñal y las cabezas de biela son pesados y, por tanto, las masas en rotación originan fuerzas considerables y el motor no puede girar a regímenes muy elevados.

Las oscilaciones Flectoras del cigüeñal son también la causa de ruidos originados por el golpeteo sobre los cojinetes de bancada. Por estos motivos, en los motores de 4 cilindros, la solución del cigüeñal con 2 muñequillas de bancada no se emplea actualmente ”Ilustración 6”.

Muchos motores de 4 cilindros tienen 3 muñequillas de bancada, pero en los motores más modernos y, principalmente, en los de mayor cilindrada se prefiere la solución con 5 muñequillas de bancada, que es la más costosa, pero permite alcanzar potencias específicas elevadas y, al mismo tiempo, mayor ligereza del motor. Por esta misma razón, generalmente, los motores de 6 cilindros en línea tienen 7 muñequillas de bancada, los motores de 6 cilindros en V poseen 4 muñequillas de bancada y los de 8 en V, 5 muñequillas de bancada.

El cigüeñal lleva en el extremo destinado a transmitir la potencia, una brida para la fijación del volante;”Véase mas descriptivo en ilustración 8,y acople cigüeñal-bloque” éste a su vez, soportará el acople a la reductora. El otro extremo está conformado para hacer solidarios con él el engranaje de mando de la distribución y las poleas para el accionamiento por correa de los órganos auxiliares: bomba de agua, generador eléctrico, ventilador, etc. La forma de las manivelas varía y depende del número de cilindros, el número de apoyos de bancada, del sistema de fabricación y sobre todo de si existen o no contrapesos.

Generalmente, los cigüeñales de los motores para buques están apoyados sobre cojinetes de fricción (Ilustración 12) y constituidos por una sola pieza. Los cojinetes de bolas o rodillos se emplean únicamente en los motores de motocicletas y a veces en motores para vehículos industriales. En este caso los cigüeñales están compuestos por varias piezas. En los motores para motocicletas las muñequillas y las manivelas se construyen separadamente y se unen después del montaje de los cojinetes.



Ilustración 7 Comparación Elemento vs operario

En los motores con varios cilindros y para regular el par motor, que en cada cilindro varía durante el ciclo pasando por su valor máximo cada 2 vueltas (motor de 4 tiempos), y para hacer más uniforme el movimiento del cigüeñal, se actúa de manera que las combustiones en los diferentes cilindros se sucedan con intervalos iguales. Con este fin se colocan las manivelas de tal manera que las correspondientes a dos ciclos consecutivos se encuentran desfasadas con un ángulo igual a: $180 \frac{h}{i}$, donde h es el número de tiempos e i el número de cilindros.

Esto sirve para motores con los cilindros en línea y para motores con los cilindros en V cuando el ángulo de la V es igual al calculado en la fórmula indicada anteriormente. No obstante, existen otros motores principalmente los de 2 cilindros en V “ilustración 9”, donde las diferentes fases no son equidistantes entre sí, dando lugar a un funcionamiento arrítmico con dos explosiones próximas.



Acople cigüeñal - bloque



Ilustración 8 Cigüeñal montado en el Bloque motor

Aumentando el número de cilindros “como en la Ilustración nº7 y 8” y, por consiguiente, el número de manivelas, se reduce el grado de irregularidad del par motor. Por grado de irregularidad se entiende la relación entre el valor máximo y el valor medio del par motor.



Equilibrado.

El equilibrado se consigue por medio de contrapesos aplicados, a las manivelas, "Ilustración 5", para obtener, cuando sea necesario, el equilibrado estático y el dinámico del cigüeñal en todo su conjunto y, muchas veces, de cada una de las manivelas. Sirve además para reducir el efecto de algunas de las fuerzas debidas a las masas en movimiento alternativo. Los objetivos del equilibrado son esencialmente dos:

- Reducir las vibraciones del motor causadas por las fuerzas y momentos generados por la presión de los gases en los cilindros y por las piezas en movimiento alternativo y giratorio (pistones, bielas, y cigüeñal).
- Reducir las cargas sobre los cojinetes de bancada.

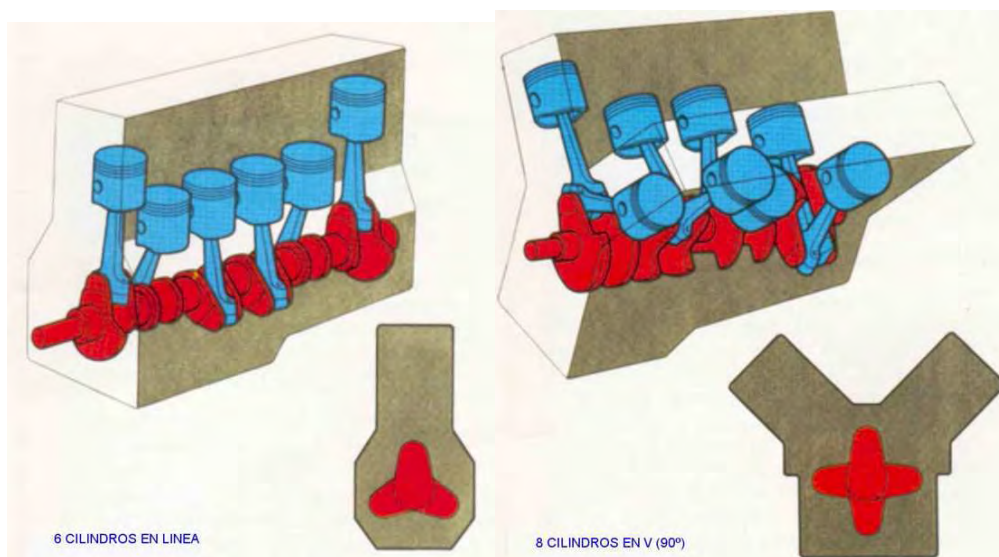


Ilustración 9 Cilindros en Línea y Cilindros en V

Fuerzas centrífugas y alternativas.

El cigüeñal está equilibrado estáticamente cuando la resultante de las fuerzas centrífugas es nula, es decir, cuando el baricentro se encuentra sobre el eje de rotación. Es característico el ejemplo del cigüeñal con una sola manivela. Es obvio que para que el cigüeñal esté en equilibrio en cualquier posición, el peso de la manivela debe ser equilibrado por el de los contrapesos.



Pero el cigüeñal, además de estar equilibrado estáticamente (ilustración 10), debería estarlo dinámicamente, es decir, puede dar lugar, cuando se halla en movimiento, a un momento flector originado por las fuerzas centrífugas que se encuentran en planos distintos. Puede suceder, en definitiva, que en los motores con varios cilindros la resultante de los momentos respecto a un punto cualquiera del eje no sea nula. Este concepto resulta más claro si se concreta en el caso de un cigüeñal con 2 manivelas de un motor de 2 cilindros opuestos, de 4 tiempos. Las fuerzas centrífugas actúan en planos diferentes, cuya distancia entre ellos es igual a la que hay entre los ejes de los cilindros. El momento resultante es igual al producto de la fuerza centrífuga por la distancia entre los ejes y puede ser equilibrado con uno igual y opuesto por medio de contrapesos.

En los cigüeñales que tienen más de 2 manivelas, éstas se disponen angularmente de manera que las combustiones resulten distanciadas igualmente una de otra para obtener la máxima regularidad del par motor, y en estas condiciones, en la mayor parte de los casos, la disposición de los brazos de manivela es tal que, sin añadir contrapesos, la condición de equilibrio estático se satisface automáticamente, ya que el cigüeñal admite un plano de simetría que pasa por su eje.

En cuanto al equilibrio dinámico, los cigüeñales con más de 2 manivelas (ilustración 11) resultan equilibrados cuando, estando ya compensados estáticamente, admiten un plano de simetría perpendicular al eje de rotación respecto al cual las manivelas resultan simétricas en número, posición y dimensiones. Todos los demás cigüeñales pueden ser equilibrados solamente con la ayuda de contrapesos. No obstante, muchos cigüeñales, aun estando en conjunto equilibrados dinámicamente, incluso sin contrapesos, tienen equilibradas cada una de las manivelas por separado. Este tipo de contrapesado sirve para reducir la carga impuesta a los cojinetes de bancada. Efectivamente, contrapesando cada una de las manivelas se reducen, o se anulan, los diversos momentos flectores, debido a las masas giratorias que, actuando sobre las diferentes partes del cigüeñal, tienden a flexionarlo cargando los cojinetes de bancada y dificultando su lubricación.

Además de las fuerzas centrífugas de las masas de rotación, influyen sobre las muñequillas de manivela las fuerzas debidas a las masas en movimiento alternativo. Estas fuerzas causadas por las variaciones de velocidad del pistón y de la biela, se distinguen en fuerzas de primer orden y de segundo orden. Las primeras alcanzan su valor máximo, positivo o negativo, cada vez que el pistón se encuentra en el PMS o en el PMI. Las segundas varían con una frecuencia doble que las primeras.

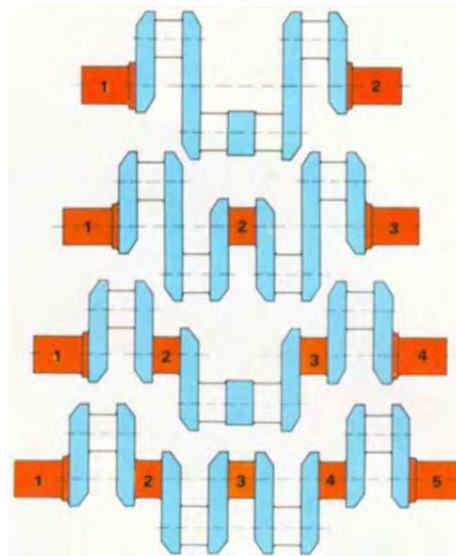


Ilustración 10 Formas cigüeñales equilibrados

Una fuerza de primer orden puede ser equilibrada por la componente, según el eje de los cilindros, de una fuerza centrífuga producida por una masa igual a la de la masa alternativa, aplicada al cigüeñal en contraposición a la muñequilla de manivela. Pero en este caso se crea una fuerza dirigida perpendicularmente al eje cilíndrico, con una amplitud y frecuencia iguales. En la práctica se contrapesa la mitad de la masa alternativa, por lo que queda activa sobre el eje del cilindro la mitad de la fuerza alternativa de primer orden, mientras que la otra mitad se transforma en una fuerza perpendicular al eje del cilindro.

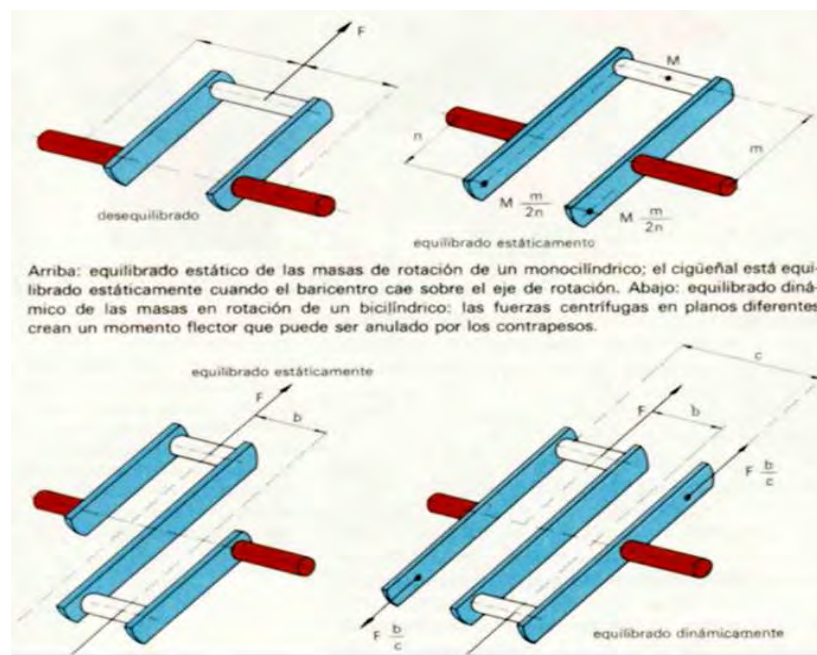


Ilustración 11 Equilibrado Dinámico y Estático



En los motores de varios cilindros (en línea, en V u opuestos) las fuerzas alternativas de primer orden se equilibran cuando el cigüeñal está por sí mismo equilibrado (es decir, sin contrapesos). De manera análoga, los pares debidos a las fuerzas alternativas de primer orden están equilibrados cuando lo están los pares debidos a las masas en rotación, es decir, cuando el cigüeñal está equilibrado dinámicamente. En lo que se refiere a las fuerzas alternativas de segundo orden, no existe posibilidad de reducir las con técnicas especiales en la construcción del cigüeñal, puesto que varían con una frecuencia doble al número de revoluciones. En los automóviles, las vibraciones causadas por las fuerzas de segundo orden son absorbidas, mediante técnicas especiales, por la suspensión del motor.

Proyecto del cigüeñal.

La relación entre la carrera y el diámetro influye sobre diversas características y sobre el diseño del motor. Su influencia se hace notar también sobre el cigüeñal. Efectivamente, a igualdad de cilindrada, aumentando el diámetro de los cilindros y disminuyendo correspondientemente la carrera, el cigüeñal se alarga y los brazos de las manivelas se acortan. Reduciendo la longitud del brazo de manivela se disminuyen las fuerzas de inercia causadas tanto por las masas de rotación como por las masas alternativas. Además, el cigüeñal, al tener un diámetro de giro menor, puede tener una constitución más ligera.

Otra ventaja la constituye el denominado recubrimiento de las muñequillas de bancada y de biela, "ilustración 12". Este recubrimiento permite obtener la resistencia y la rigidez deseadas con un espesor reducido de los brazos de manivela. De ahí resulta la posibilidad de alargar las muñequillas para dar mayor superficie de contacto a los cojinetes y unir muñequillas y brazos con una conexión de radio relativamente grande, lo que le proporciona un importante incremento de la resistencia a la fatiga.



Ilustración 12 Recubriendo cojinetes de fricción



Otro método, para aumentar más aún la resistencia a la fatiga del cigüeñal, consiste en comprimir mediante la acción de rodillos las fibras del acero de las conexiones de las muñequillas de bancada y de biela.

Las dimensiones de las muñequillas se calculan en función de las cargas que los cojinetes deben soportar, de las velocidades de régimen y de la rigidez que es necesario obtener para impedir que se produzcan deformaciones por flexión y vibraciones de torsión. Cuando un cigüeñal posee unas muñequillas que cumplen con estos requisitos, es generalmente más que suficiente para transmitir la potencia útil.

La capacidad de carga de los cojinetes es aproximadamente proporcional al producto del diámetro por la longitud de la zona de contacto con la muñequilla. Para una cierta carga y para una determinada longitud de la muñequilla, al aumentar el diámetro se incrementa la velocidad de rozamiento, pero disminuye la presión unitaria sobre el cojinete y, por esta razón, el proyectista tiene una cierta libertad de acción. Pero debe considerar que cuando los diámetros son pequeños pueden producirse deformaciones y, como consecuencia, presiones en zonas limitadas de los cojinetes, así como vibraciones de torsión. Por tanto, es aconsejable elegir unos diámetros bastante grandes para obtener mayor rigidez del cigüeñal y también mayor resistencia de los cojinetes, puesto que éstos se apoyan más fácilmente sobre toda su longitud.



Ilustración 13 Ajuste cigüeñal a banco motor

El cigüeñal es taladrado para formar los agujeros de paso para el aceite necesario para su lubricación. A menudo dichos agujeros sirven además para aligerar el cigüeñal. Una buena lubricación de los cojinetes es un factor importantísimo para el buen funcionamiento y la duración de los mismos. Los cigüeñales deben agujerarse en correspondencia con los brazos de manivela (al menos uno por cada manivela) para



hacer llegar el aceite desde los cojinetes de bancada a los de biela. Generalmente el aceite llega, a través de ranuras realizadas en el bloque, a cada uno de los cojinetes de bancada y desde allí se le hace penetrar en el cigüeñal por los agujeros, que

generalmente son radiales; recorre los canales efectuados en los brazos de manivela y sale por otros agujeros que desembocan en la parte media de los cojinetes. Para reducir

el número de agujeros pueden alargarse los taladros de los brazos de manivela hasta atravesar las muñequillas de biela; en este caso no es necesario que las muñequillas estén agujereadas axialmente.

Procesos de fabricación.

El material empleado generalmente para la construcción de los cigüeñales es de acero al carbono; en los casos de mayores solicitaciones se emplean aceros especiales al cromo - níquel o al cromo -molibdeno-vanadio tratados térmicamente. Se construyen también cigüeñales en fundición nodular que poseen unas características de resistencia semejantes a las del acero al carbono.

Cuando, a causa de las fuertes descargas, deben emplearse cojinetes con una superficie bastante dura (antifricción de aleación cobre- plomo, duraluminio, etc.), las muñequillas del cigüeñal se endurecen superficialmente mediante cementación, temple superficial o nitruración. En un sistema especial de temple superficial muy empleado en la fabricación en serie, el endurecimiento se produce mediante un calentamiento superficial obtenido por procedimiento eléctrico (por inducción) y posterior enfriamiento con agua; este sistema de endurecimiento es muy rápido. Otro sistema de endurecimiento superficial es el flameado, en el cual el calentamiento se obtiene con la llama. Cuando los problemas económicos pasan a segundo término, como sucede en el caso de los buques de guerra, se puede elegir un acero especial de alta resistencia y adoptar el endurecimiento por nitruración.

En un principio, el cigüeñal se obtenía de un cilindro de acero, eliminando con el torno las partes sobrantes (Ilustración 14). Los brazos de manivela, al ser circulares, se aligeraban eliminando las partes laterales, y por esta razón la sección de los brazos de manivela resultaba rectangular. Inicialmente, no se solían aplicar contrapesos. Más adelante, se comenzaron a construir los cigüeñales forjándolos con operaciones sucesivas de estampación en caliente. La técnica de estampación, perfeccionada con la experiencia y el tiempo, permitió modelar los brazos de manivela de manera que incluían ya los contrapesos. Actualmente, los contrapesos en los motores para buques con motores alternativos forman siempre una parte integral del cigüeñal. Sólo en casos especiales y en motores industriales muy especializados son montados independientemente.

Las operaciones de mecanizado consisten en el desbarbado de la pieza, torneado de las muñequillas y posterior rectificado, y arranque de material para el equilibrado estático y dinámico.



Ilustración 14 Operario Torneando Cigüeñal

En la fabricación en serie, estas operaciones se hacen con máquinas semiautomáticas o automáticas”ilustración 14”. Para reducir los tiempos de mecanización se tiende a disminuir la cantidad de material que debe arrancarse durante la misma. Ésta es una de las razones por las que se construyen los cigüeñales con fundición nodular: Los cigüeñales fundidos son más precisos, en bruto, que los forjados, y se fabrican sobre materiales inferiores y, por tanto, eliminable con mayor rapidez.



Ilustración 15 Ajuste entre diferentes manivelas



Ilustración 16 Mecanizado de guitarras

Las principales operaciones de mecanización son: enderezado de la pieza en bruto antes del desbaste en torno (el enderezado debe repetirse, si es necesario, después de otras fases de mecanización "Ilustración 16"), tratamiento térmico (endurecimiento superficial, revenido, bonificado y otros tratamientos), control posterior, acabado (rectificado, equilibrado y afinado). Una vez terminada la mecanización, se efectúan los numerosos controles de verificación, como son: control de la alineación de las muñequillas de bancada, control de la posición y alineación de las muñequillas de manivela, control del radio de manivela, de la ovalización y conicidad de las muñequillas, del grado de acabado, de la retención hidráulica, etc.

Duración del cigüeñal.

El cigüeñal es la pieza del motor del buque, entre las que tienen movimiento, que gira a mayor velocidad y pesa más; no obstante, está proyectado para durar, sin ser reparado, tanto como otras partes del buque. Las técnicas de construcción modernas, los hueglos de montaje cuidadosamente controlados y los progresos en el campo de los lubricantes le aseguran un amplio margen de seguridad y una óptima fiabilidad. Sin embargo, no es raro - y esto sucedía con mayor frecuencia en el pasado- que se produzcan averías en el cigüeñal, que deben achacarse casi siempre uso diario y fallo humano. Las más importantes son: la rotura por fatiga del cigüeñal y el rayado de las muñequillas.

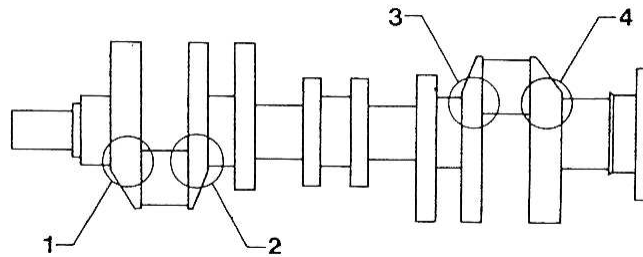
La primera es producida por las vibraciones de torsión y por las sollicitaciones anormales causadas por el bajo número de revoluciones, por el golpeteo contra la culata, por el encendido irregular en algún cilindro o, finalmente, también por el equilibrado incorrecto del cigüeñal. Especialmente, los juegos excesivos en los cojinetes de bancada causan vibraciones de flexión que pueden producir la rotura.



La segunda avería, es decir el rayado de las muñequillas, depende de la lubricación y del filtrado del aceite; esta circunstancia puede producirse por las causas más diversas: por ejemplo, acelerando el motor en frío cuando el aceite no está aún en circulación, cuando el motor trabaja en grandes ángulos de escoras con el nivel de aceite por debajo del mínimo, navegando a plena carga con bajo número de revoluciones, o bien, En resumen, cuando el lubricante o la instalación de lubricación no funcionan correctamente. En todos estos casos mencionados, la presión del aceite es el valor que más influye para una buena lubricación y, por tanto, hoy día emplea un manómetro de aceite para que pueda controlarse constantemente.

La experiencia nos indica que uno de los modos de fallo que, con mayor frecuencia, se presentan en los Cigüeñales, lo constituye la Rotura por Fatiga que se origina en las partes más cargadas del mismo. Estas zonas críticas suelen estar localizadas en:

- ✦ Las áreas de conexión de los Muñones (Luchaderos y Muñequillas) con las Guitarras.
- ✦ Las proximidades de los Orificios de Lubricación,



Zonas Críticas

En caso de rotura del cigüeñal es necesario cambiarlo junto con los, cojinetes de bancada o de biela, y debe realizarse un nuevo equilibrado conjuntamente con el volante. A veces, conviene también efectuar un mandrilado de los apoyos de bancada es decir, su alineación mediante escariado- con el fin de corregir las eventuales deformaciones.

En el caso de rayado de las muñequillas es necesario minorar las muñequillas del cigüeñal y proceder a su rectificación, volviendo a efectuar el montaje después con los cojinetes reducidos.

La minoración es la disminución del diámetro de las muñequillas de bancada y de la biela para eliminar la parte dañada. Generalmente es posible efectuar una o dos disminuciones según la profundidad de la cementación. El valor de cada rectificación es, en general, de 0,2 mm, y el constructor lo indica en los manuales de reparación.



Por este motivo, resulta de vital importancia lograr, durante el Proceso de Diseño, el cumplimiento de los siguientes objetivos:

- Dimensionar correctamente las distintas partes del Cigüeñal (Luchaderos, Muñequilla, Guitarras).
- Minimizar, mediante un juicioso dimensionamiento de los “Radios de Acuerdo”, los “Factores de Concentración de Esfuerzos” relativos a dichas Zonas Críticas.
- Estimar, con la mayor exactitud posible, las Tensiones que se originan en las zonas antes citadas.
- Seleccionar los Materiales más idóneos



8. El Método de “Análisis por Elementos Finitos” en el diseño de cigüeñales.

En el proceso de análisis de un sistema mecánico se suele iniciar creando un modelo que defina de forma simplificada, pero satisfactoriamente, las características del Sistema. A continuación se establecen las expresiones matemáticas que gobiernan, o describen, el comportamiento del sistema. En un gran número de casos estas expresiones matemáticas se definen mediante Ecuaciones Diferenciales que, con mucha frecuencia, resultan muy difíciles de resolver por métodos analíticos. Afortunadamente, con la llegada de los ordenadores actuales, provistos de muy altas prestaciones, y del espectacular desarrollo de los programas informáticos, nos encontramos en condiciones de resolver dichas ecuaciones con notable facilidad. Durante las últimas décadas, y con la finalidad de resolver numerosos problemas de ingeniería, se han desarrollado y aplicado, diversas técnicas de cálculo numérico, entre las que destaca, de forma relevante, el Método de los Elementos Finitos. Dicho método constituye una de las herramientas de cálculo más popular y útil con la que cuentan, en la actualidad, los Ingenieros y los Científicos.

En el presente Trabajo Fin de Carrera, y con el objeto de estimar las tensiones y las deformaciones que se originan en un Cigüeñal, aplicaremos dicho método, mediante la aplicación del Software desarrollado por “**Dassault Systèmes, S.A.**”, y popularizado bajo la denominación de “**CATIA**”.

En los siguientes capítulos será analizado el cigüeñal siguiendo los criterios estos criterios:

- Cálculos bajo reglamentación de la Germanischer Lloyd Registration of Shipping.
- Se diseñará y analizará los esfuerzos estáticos de dicho cigüeñal mediante el software Catia V.5.



- Posteriormente se mostrarán los resultados obtenidos mediante métodos matemáticos.
- Y para finalizar se realizará un estudio comparativo entre tres cigüeñales, considerándose evoluciones unos de otros en el tiempo ,comprobando de este modo la gran utilidad que tiene el FEM en la ingeniería naval, en la reducción de pesos, costes y tiempo de experiencia.



9. Comprobación manual de la resistencia del cigüeñal.

Siguiendo la reglamentación G.L.Register of shipping detallamos el elemento a analizar y procedemos a sus cálculos con el dimensionamiento que el elemento debe poseer.

Datos de entrada de diseño.

Datos del Motor	
Tipo	4 Tiempos
Potencia	1.300 Kw.
Velocidad de Giro (N)	470 rpm (7,83 rps)
Velocidad Angular (ω)	4,19 Rad/s
Número de Cilindros	8 (en línea)
Presión Máxima (P_{max})	$60 \frac{Kg}{Cm^2}$
Diámetro del Pistón (D)	430 mm
Carrera del Pistón (s)	470 mm
Longitud de la Biela (l)	940 mm
Orden de Encendido	1,4,2,6,8,5,7,3
Presión de Combustión Máxima (p_c)	$60 \frac{Kg}{cm^2}$



Datos del cigüeñal

Datos Geométricos del Cigüeñal	
Radio de Giro ($r=s/2$)	235 mm
Diámetro Exterior de los Luchaderos (D_j)	240 mm
Diámetro Interior de los Luchaderos (D_{ji})	130 mm
Diámetro Exterior de las Muñequillas (D_p)	220 mm
Diámetro Interior de los muñequillas (D_{pi})	100 mm
Longitud de los Luchaderos (L_j)	200 mm
Longitud de las Muñequilla (L_p)	190 mm
Ancho de las Guitarras (B)	380 mm
Espesor de las Guitarras (T)	100 mm
Módulo de los Luchaderos a la Flexión (W_{jf})	1.240,3 cm^3
Módulo de las Muñequillas a la Flexión (W_{pf})	1.000,7 cm^3
Módulo Mínimo de las Guitarras a la Flexión (W_{wf})	633,3 cm^3
Módulo Máximo de las Guitarras a la Flexión (W'_{wf})	2,406,7 cm^3
Módulo de los Luchaderos a la Torsión (W_{jt})	2.480,6 cm^3
Módulo de las Muñequillas a la Torsión (W_{pt})	2.001,4 cm^3
Área Transversal de los Luchaderos	319,7 cm^2
Área Transversal de las Muñequillas	301,6 cm^2
Área Transversal de las Guitarras	380 cm^2



Datos de materiales

Datos del Material del Cigüeñal	
Características Mecánicas	
Tipo de Material	Acero (ASTM A-36)
Densidad	$7.850 \frac{Kg}{m^3}$
Módulo de Elasticidad (E)	$2,1 \times 10^5 \frac{N}{mm^2} / (2,1 \times 10^4 \frac{Kg}{mm^2})$
Módulo de Poisson	0,3
Límite de Elasticidad (Y_s)	$250 \frac{N}{mm^2} / (25,5 \frac{Kg}{mm^2})$
Tensión de Rotura (UTS)	$500 \frac{N}{mm^2} / (51,0 \frac{Kg}{mm^2})$
Alargamiento Mínimo	20%
Dureza	----
Composición Química	
Elemento Químico	%
Carbono (C)	0,26
Silicio (Si)	----
Manganeso (Mn)	0,75
Azufre (S)	0,05 Max
Fósforo (P)	0,04 Max



10. Evaluación del Cigüeñal

Cálculo Manual de las Tensiones de acuerdo con los reglamentos de las sociedades de clasificación.

En primer lugar realizaremos un “Cálculo Manual de Tensiones”, notablemente simplificado. A estos efectos, estableceremos las siguientes hipótesis:

- ❶ Analizaremos una Cigüeña solamente (aislada del resto del Cigüeñal).
- ❷ Consideraremos que dicha Cigüeña constituye un “Sistema Estáticamente Determinado” (Estructura “Simplemente Apoyada en sus Extremos”)
- ❸ Supondremos que la Condición más Crítica se origina cuando el Pistón se encuentra en el “Punto Medio Alto” (“PMA”). En esta situación la fuerza radial, que actúa sobre la muñequilla, alcanza su máximo valor.

Fuerza Radial que actúa sobre el Pistón

Área del Pistón = $A_p = 1.452,2 \text{ cm}^2$

Fuerza Radial = $p_c A_p = 60 \times 1.452,2 = 87.132 \text{ Kg.} = 853.894 \text{ N}$

Adoptaremos la siguiente Fuerza Radial

$F_r = 870.000 \text{ N}$

Reacciones en los Apoyos

La fuerza radial provoca en los Puntos de Apoyo de los Luchaderos las siguientes Reacciones Verticales:

$R_1 = R_2 = 0,5 \times 870000 = 435.000 \text{ N}$

Fuerza Cortante y Momento Flector en los Luchaderos

Las Reacciones antes citada someten a cada Luchadero, en la zona de su conexión a la Guitarra, a la Fuerza Cortante y al Momento Flector que se indican a continuación.



$$\text{Fuerza Cortante} = Q_j = \mathbf{435.000 \text{ N}}$$

$$\text{Momento Flector} = M_j = R_1 L_1 = 435000 \times 10 = \mathbf{4.350 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}}$$

Tensiones en los Luchaderos

En los puntos más alejados de la fibra neutra la tensión por Cortante es nula.

$$\text{Tensión por Cortante} = \tau_j = 0 \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Módulo a la flexión} = W_j = 1.240,3 \text{ cm}^3$$

$$\text{Tensión de Tracción} = \sigma_j = \frac{4350000}{1240,3} = 3.507 \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Tensión Equivalente} = \sigma_c = \sqrt{(3507)^2 + 4 \times 0^2} = 3.507 \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Área de la sección transversal} = A = 319,7 \text{ cm}^2$$

$$\text{Tensión cortante media} = \tau_j = \frac{435000}{319,7} = 1.361 \frac{N}{cm^2}$$

Fuerza Axial y Momento Flector en las Guitarras

Las reacciones antes citada someten a cada Guitarra a las siguientes sollicitaciones:

$$\text{Fuerza Axial} = N_w = \mathbf{435.000 \text{ N}}$$

$$\text{Momento Flector} = M_w = R_1 L_2 = 435000 \times 15 = \mathbf{6.525 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}}$$

Tensiones en las Guitarras

$$\text{Módulo a la Flexión} = W_w = 633,3 \text{ m cm}^2$$

$$\text{Tensión de Flexión} = \sigma_w = \frac{6525000}{633,3} = \mathbf{10.303} \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Area de la Sección Transversal} = A = 380 \text{ cm}^2$$



$$\text{Tensión Axial} = \frac{435000}{380} = \mathbf{1.145} \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Tensión Total de Tracción } \sigma_{ot} = 10303 + 1145 = \mathbf{11.448} \frac{N}{cm^2}$$

Fuerza Cortante y Momento Flector en la Muñequilla

Las Reacciones antes citada someten a la muñequilla, en las zonas de su conexión a las Guitarras, a la fuerza cortante y al Momento Flector que se indican a continuación.

$$\text{Fuerza Cortante} = Q_j = \mathbf{435.000 N}$$

$$\text{Momento Flector} = M_j = R_1 L_3 = 435000 \times 20 = \mathbf{8.700 \times 10^3} \frac{N}{cm}$$

Tensiones en la Muñequilla

En los puntos más alejados de la fibra neutra la tensión por Cortante es nula.

$$\text{Tensión por Cortante} = \tau_j = \mathbf{0} \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Módulo a la Flexión} = W_j = \mathbf{1.240,3} cm^3$$

$$\text{Tensión de Tracción} = \sigma_j = \frac{8700000}{1240,3} = \mathbf{7.014} \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Tensión Equivalente} = \sigma_c = \sqrt{(7014)^2 + 4 \times 0^2} = \mathbf{7.014} \frac{N}{cm^2}$$

$$\text{Área de la Sección Transversal} = A = \mathbf{301,6} cm^2$$

$$\text{Tensión Cortante Media} = \tau_j = \frac{435000}{301,6} = \mathbf{1.442} \frac{N}{cm^2}$$

Tensiones Equivalentes – Resumen		
Zona	N/cm2	Kg/cm2
Luchaderos	3.507	358
Guitarras	11.448	1.168
Muñequilla	7.014	716



Coeficientes de Seguridad		
Zona	Respecto al Límite Elástico	Respecto a la Carga de Rotura
Luchaderos	$25000/3507 = 7,1$	$50000/3507 = 14,2$
Guitarras	$25000/11448 = 2,2$	$50000/11448 = 4,4$
Muñequilla	$25000/7014 = 3,6$	$50000/7014 = 7,2$

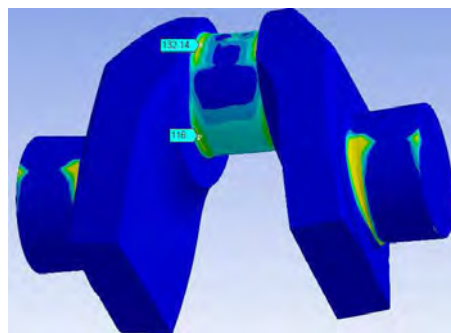
Comentarios relativos a los Resultados

Analizando los resultados podemos deducir lo siguiente:

1. Las Tensiones en los Luchaderos y en la Muñequilla resultan moderadas.
2. Las Tensiones en las Cigüeñas resulta significativamente altas.

Sin embargo el método de cálculo aplicado anteriormente adolece, entre otros, de los serios inconvenientes que mencionaremos a continuación:

1. No tiene en cuenta la notable concentración de tensiones que se origina en las siguientes ubicaciones:
 - Zonas de conexión de las Guitarras con los Luchaderos y la muñequilla.
 - Zonas situadas en las proximidades de los orificios (taladros) de Lubricación.
2. La concentración de esfuerzos que se originan en las zonas antes citadas obliga al proyectista a aplicar unos coeficientes correctivos, denominados “**Factores de Concentración de Tensiones**”, cuyos valores dependen de numerosos parámetros y, por lo tanto, presentan un rango de variabilidad relevantemente alto.
3. Dichos coeficientes pueden estimarse mediante la aplicación de fórmulas empíricas tales como las especificadas en los Reglamentos de las Sociedades de Clasificación.



Cigüeña analizada con software I



11. Cálculo manual de tensiones de acuerdo con el “Método de Pretrovsky”

Situación Crítica N° 1 Características

Esta situación se caracteriza por lo siguiente:

1. El pistón se encuentra en su PMA y está sometido a la presión máxima de combustión $P_{max} = 60 \frac{kg}{cm^2}$.
2. En esta situación la muñequilla del cigüeñal está sometida a las siguientes fuerzas :
 - Fuerza Radial $Fr = 60 \times Ap = 60 \times 1450 = 87.000 \text{ Kg.}$
 - Fuerza Tangencial Local $F_{tl} = 0$
 - Fuerza Tangencial Acumulada $F_{ta} = 8.700 \text{ Kg.}$

Tensiones en los luchaderos.

Fuerza radial:

La fuerza radial provoca las correspondientes reacciones verticales en los cojinetes, donde se apoyan los dos luchaderos. Estas reacciones someten a cada luchadero los momentos flectores que calcularemos a continuación.

Reacciones:

$$R_A = R_B = \frac{Fr}{2} = 43.500 \text{ Kg.}$$

Momento flector:

El momento flector máximo se genera en la sección de intersección del luchadero con la guitarra. Estableceremos las dos hipótesis siguientes:

- Hipótesis N° 1



Consideraremos que la fuerza de reacción en el luchadero se distribuye uniformemente. En este caso el punto de aplicación de la resultante distará de la

$$\text{sección crítica } x = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m.}$$

$$M_r = R \cdot X = 43.500 \times 0.005 = 2.175 \text{ Kg} \cdot \text{m.}$$

El módulo resistente d la sección es el siguiente.

$$I = \frac{\pi(de^4 - di^4)}{64} = \frac{\pi(24^4 - 13^4)}{64} = \frac{\pi(331776 - 28561)}{64} = \frac{\pi \cdot 303.215}{64} = 14884 \text{ cm}^4 .$$

$$W_f = \frac{\pi(de^4 - di^4)}{32} = \frac{14884}{12} = 1240 \text{ cm}^3$$

- **Hipótesis N° 2**

En esta hipótesis consideraremos que la reacción es puntual y está situada en el punto medio del luchadero. En este caso $X = 10 \text{ cm}$ y resultará una tensión igual al doble de la obtenida anteriormente. ($\sigma = 350 \text{ kg/cm}^2$).

Fuerza Tangencial Acumulada:

Esta fuerza somete al luchadero al momento torsor siguiente:

$$T = F_t a ; r = 8.700 \times 0.235 = 2.045 \text{ kg/cm} .$$

La tensión cortante originada por dicho momento torsor será la siguiente: $\tau = \frac{T}{W_t}$

$$W_t = \frac{n(de^4 - di^4)}{16} = 2.480 \text{ cm}^3$$

$$\tau = \frac{2045 \times 10^2}{2480} = 82.5 \text{ kg/cm}^2$$

La fuerza tangencial genera también un momento flector cuyo eje es perpendicular al originado por la fuerza radial. El momento flector generado por la fuerza tangencial será:

$$M_t = F_t a \times x = 8700 \times 0.05 = 435 \text{ Kg} \cdot \text{m.}$$



$$\sigma l' = \frac{435 \times 100}{1240} = 35.1 \text{ kg/cm}^2$$

La tensión combinada por flexión será pues

$$\sigma_{cf} = \sqrt{\sigma l^2 + \sigma l'^2} = \sqrt{175^2 + 35.1^2} = 177.8 \text{ kg/cm}^2$$

Tensión combinada total

$$\begin{aligned} \sigma_{cl} &= \sqrt{177.8^2 + 4 \times 82.5^2} = \sqrt{31612.8 + 27225} \Rightarrow \\ &= \sqrt{58837.8} = 242.6 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Coefficiente de seguridad

Respecto al límite elástico $C = \frac{3500}{242.6} = 14.4$

$$C = \frac{6500}{242.6} = 26.8$$

Observaciones:

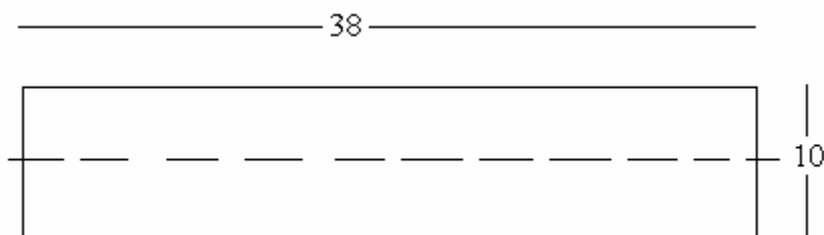
Se han considerado poco significativas las tensiones de cortadura originadas por la flexión.

Tensiones en las Guitarras.

Fuerza Radial (Actúa en el plano de la cigüeña)

Momento flector: $M_f = R \times x = 43500 \times 0.15 = 6.525 \text{ Kg} \cdot \text{m}$

Modulo resistente:



$$A = 38 \times 10 = 380 \text{ cm}^2$$



$$I = \frac{38 \times 10^3}{12} = 3166,7 \text{ cm}^4 ; \quad W = \frac{3166,7}{5} = 633 \text{ cm}^3 ;$$

$$\sigma_1 = \frac{6525 \times 10^2}{633} = 1031 \text{ kg/cm}^2$$

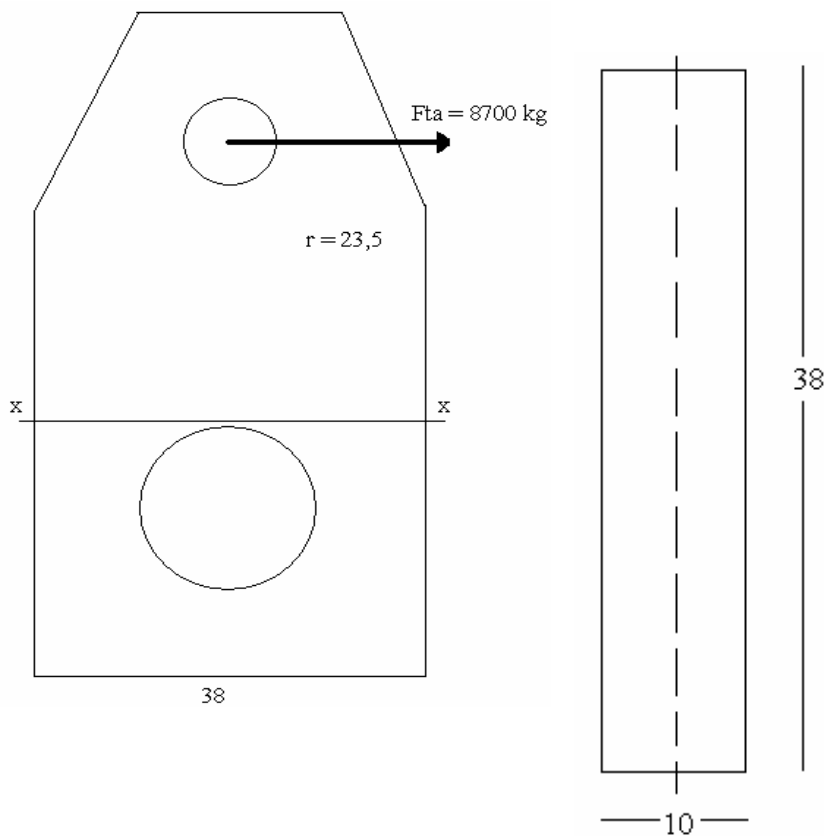
Compresión:

$$\sigma_3 = \frac{43500}{380} = 114,5 \text{ kg/cm}^2$$



12. Fuerza tangencial acumulada

En este capítulo junto con los datos obtenidos con los cálculos de la reglamentación, los momentos flectores y cargas que soportará el cigüeñal a modelizar para luego fabricar.



$$M_f = 8700 \times 23,5 = 2044,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$I = \frac{10 \times 38^3}{12} = 45.726 \text{ cm}^4$$

$$W = \frac{45726}{19} = 2406,6 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_2 = \frac{2044,5 \times 10^2}{2406,6} = 85 \text{ kg/cm}^2$$



Tensión Máxima

$$\sigma_A = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 = 1025 + 85 - 114 = 996 \text{ kg/cm}^2$$

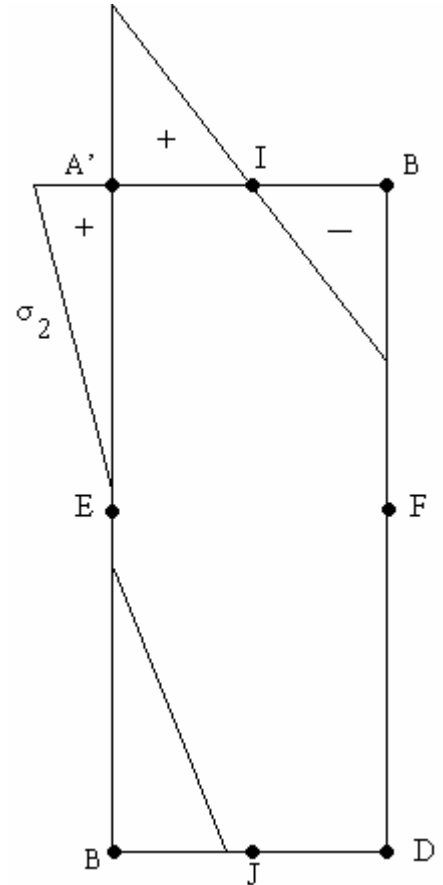
$$\sigma_B = -\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 = -1025 + 85 - 114 = -1054 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_B = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = 1025 - 85 - 114 = 826 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_D = -\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = -1025 - 85 - 114 \Rightarrow -1224 \text{ kg/cm}^2$$

Por lo tanto la tensión máxima es:

$$\sigma_{MAX} = \sigma_D = 1224 \text{ kg/cm}^2$$



Coefficiente de seguridad

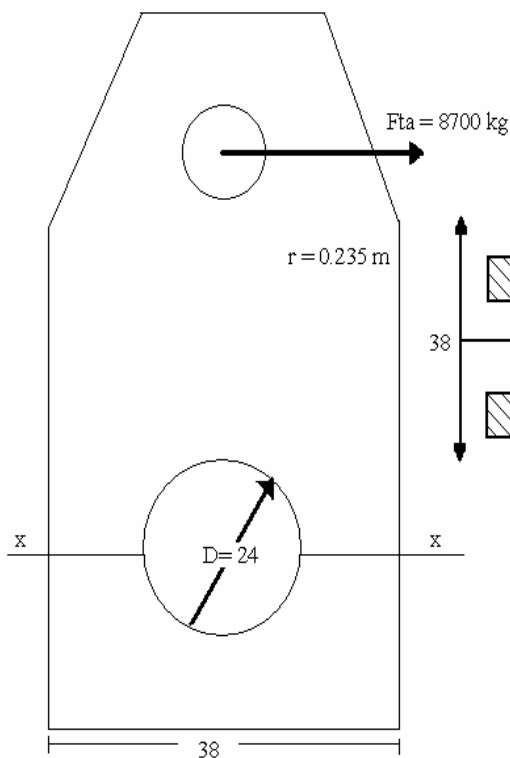
$$C = \frac{3500}{1224} = 2.86; \quad C' = \frac{6500}{1224} = 5.31$$



Observaciones

1. En esta situación crítica las guitarras están mucho más cargadas que los luchaderos.
2. La fuerza radial genera tensiones notablemente más altas que las originadas por las fuerzas tangenciales acumuladas.
3. La tensión originada por la fuerza radial representa el 84% de la tensión total.

Momento Flector



$$M_f = 8700 \times 23,5 = 2044,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$I_1 = \frac{10 \times 38^3}{12} = 45.726 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{10 \times 24^3}{12} = 11.520 \text{ cm}^4$$

$$I = 45.726 - 11.520 = 34.206 \text{ cm}^4$$

$$W = \frac{34206}{19} = 1800 \text{ cm}^3$$

$$\sigma = \frac{2044,5 \times 10^2}{1800} = 113,6 \text{ kg/cm}^2$$



13. Diseño y análisis de los cigüeñales del diseñado con software Catia V.5

Este capítulo trata de explicar con el software el diseño y análisis de las piezas realizadas y analizadas.

Requerimientos:

Catia V5, al ser un programa de gama alta precisa unos requerimientos técnicos avanzados y específicos que enumeramos a continuación.

Catia V5 es uno de los mejores y más utilizados programas de diseño gráfico en 3D(CAD/CAM/CAE) y uno de los principales en el análisis en CAX-System. Este programa proporciona al diseñador de máquinas, un ambiente de trabajo una serie de tareas prácticas de cálculo que le permite profundizar en las diversas plataformas de diseño de manera rápida y eficiente.

Hardware:

CPU: procesador Intel Pentium III, o superior

Disco duro: Mínimo recomendado de tamaño 4 GB.

Memoria: 256 MB de RAM es la mínima cantidad de memoria necesaria para todas las aplicaciones. 512MB de RAM se recomienda para las aplicaciones DMU y para grandes productos.

CD-ROM: Se requiere para la instalación del programa y para el acceso a algunos módulos.

Pantalla: Pantalla gráfica a color compatible con la tarjeta gráfica instalada. El tamaño mínimo recomendado es de 17 pulgadas. La resolución mínima para estaciones de Windows es de 800 x 600 y para estaciones de UNIX de 1280 x 1024.

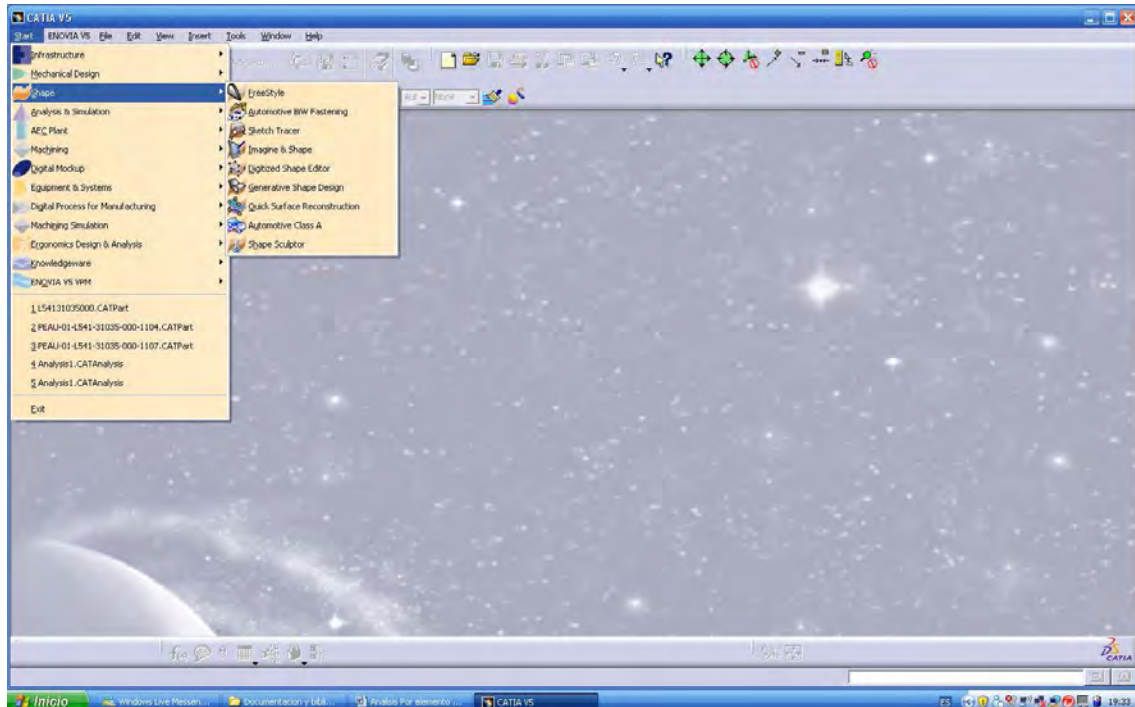
Tarjeta gráfica con acelerador gráfico 3D OpenGL de 64 Mb. Recomendado 128Mb

A continuación indicamos los pasos a seguir para el siguiente diseño.

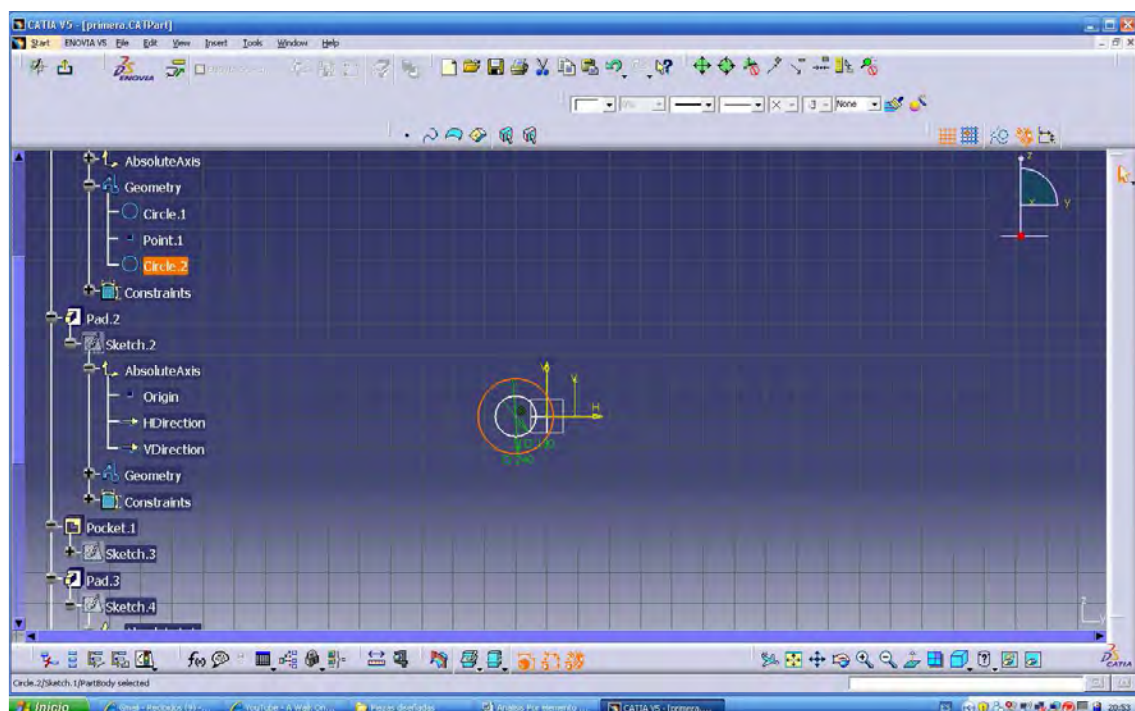
-Comenzamos abriendo el programa.

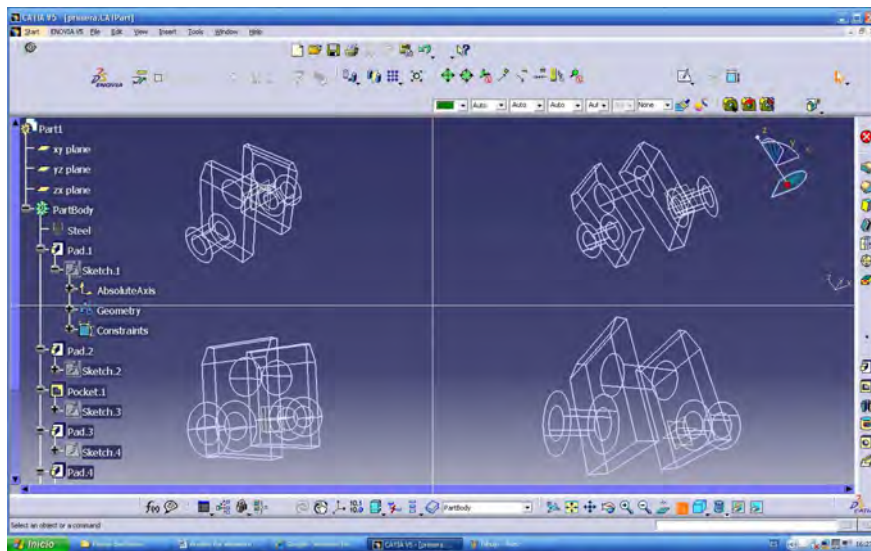


1º Paso. Abrir un nuevo Workshops e iniciar una pantalla para el previo diseño de la pieza

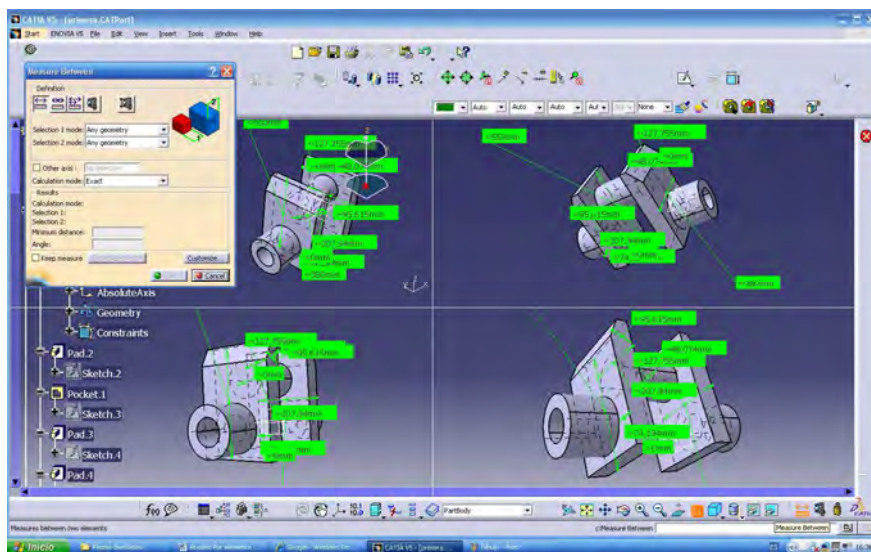


2º Paso. Procedemos al diseño de la pieza estableciendo las medidas antes mencionadas en la sección en la que se detallan los cálculos siguiendo la reglamentación, en la pantalla Part desing.

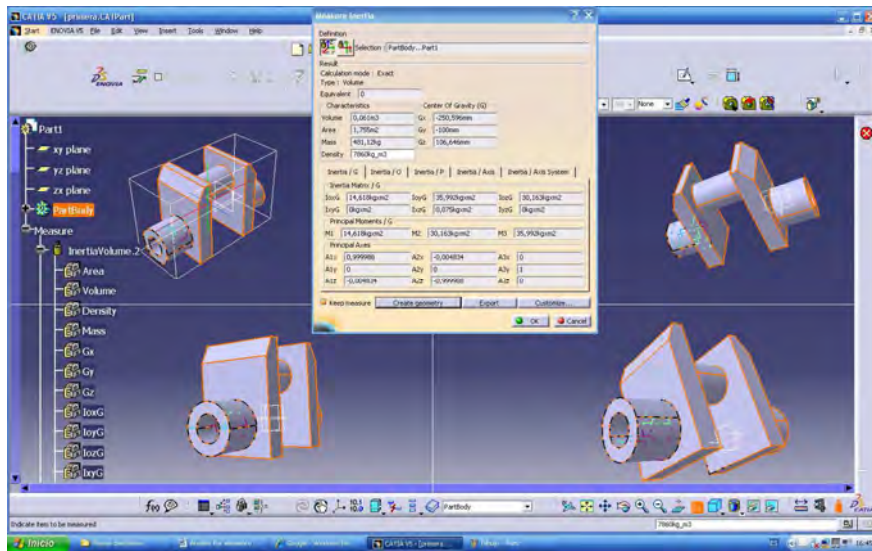




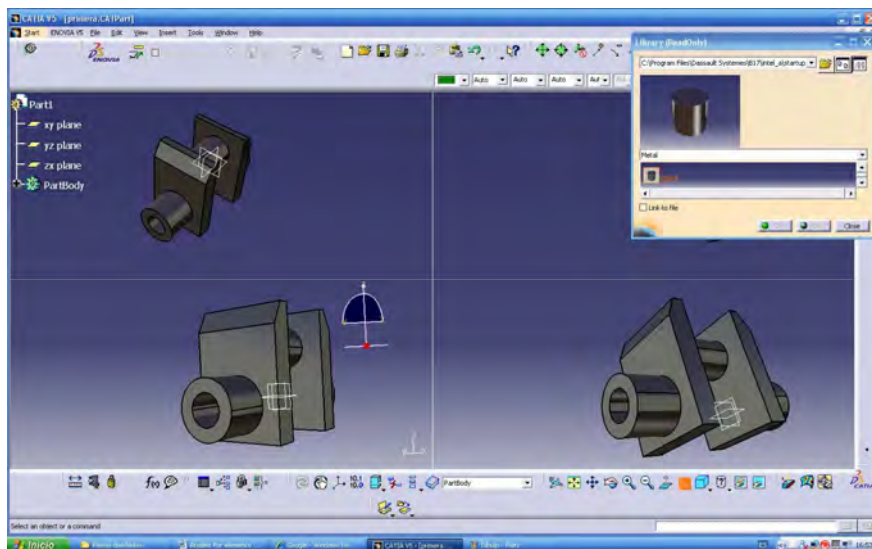
3º Paso. Realizar bocetos de la pieza para que posteriormente pasemos a acotarlos.



4º Paso. Una vez dimensionado en acuerdo con las medidas establecidas, ya podemos pasar la pieza en la ventana anterior está en 3D, lo que nos permitirá proceder a obtener otros datos que serán útiles para su posterior análisis como son su peso Cg., y mto inercias.



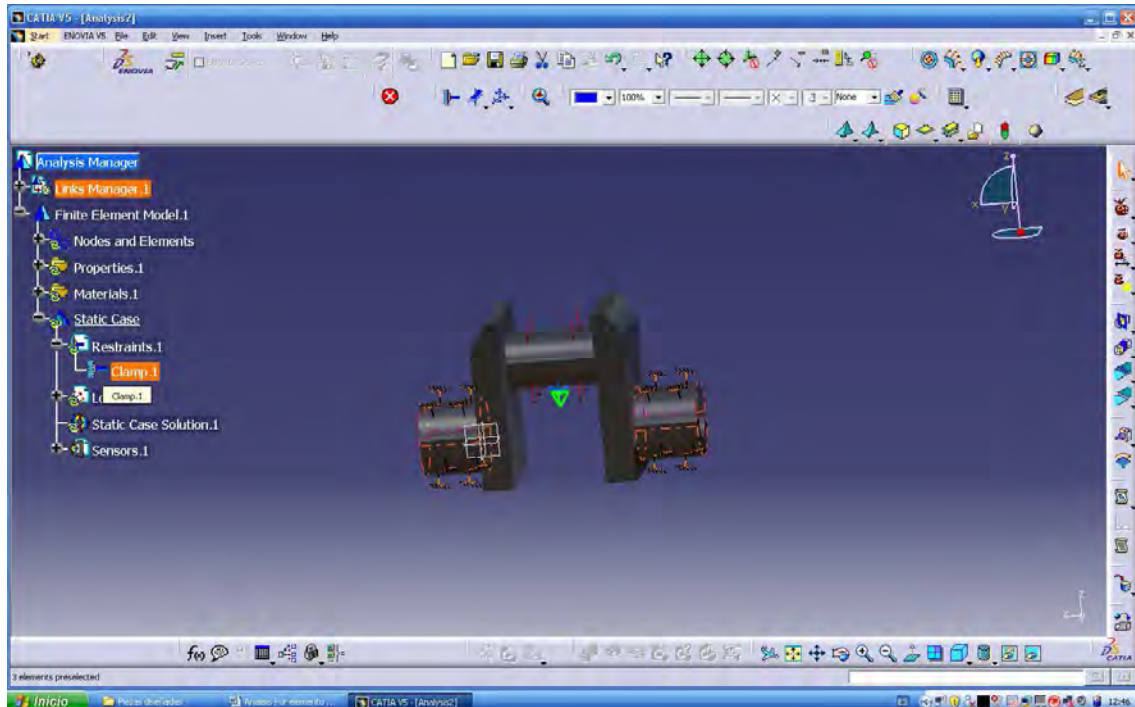
5º Paso. Una vez calculado los valores correspondientes a las propiedades de este elemento, pasamos a materializarlo, es decir, definir el tipo de materiales y las propiedades que este tendrá.



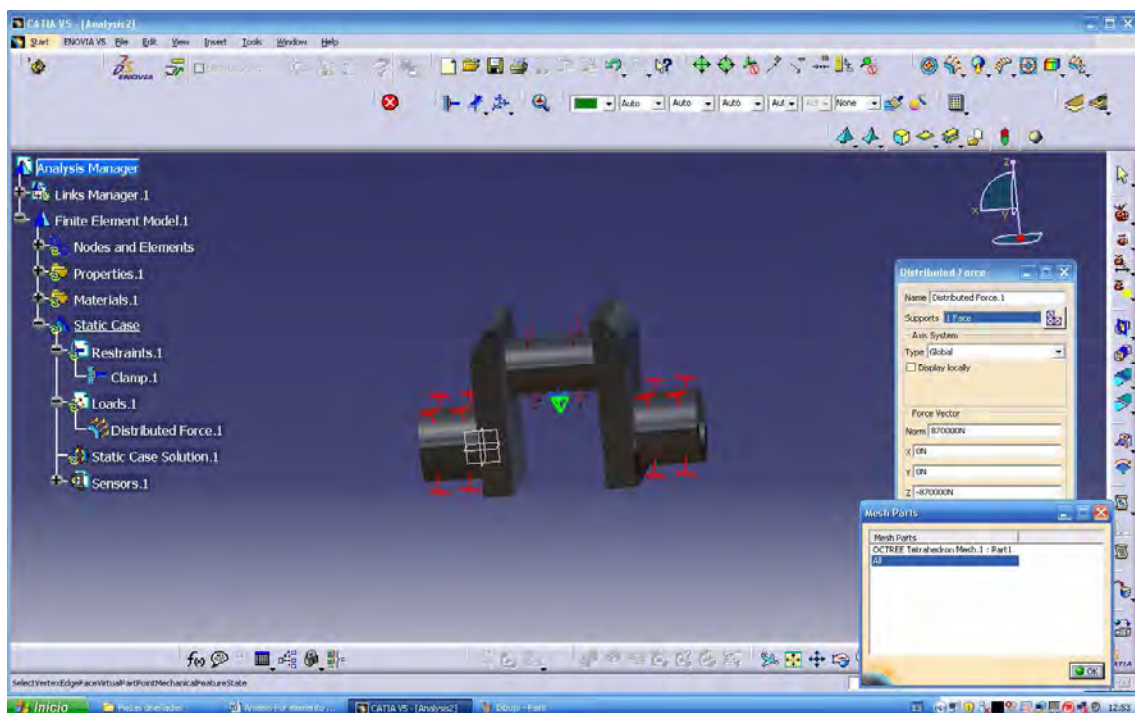
6º Paso. Cuando tenemos ya la pieza diseñada, acotada, sabemos sus propiedades físicas y está totalmente materializada en el material que vamos a emplear para su fabricación. Es entonces cuando procedemos a su análisis mediante elementos finitos.



7º Paso. En primer lugar definiremos los puntos de apoyo o empotramientos a los que la pieza en cuestión estará sometida.

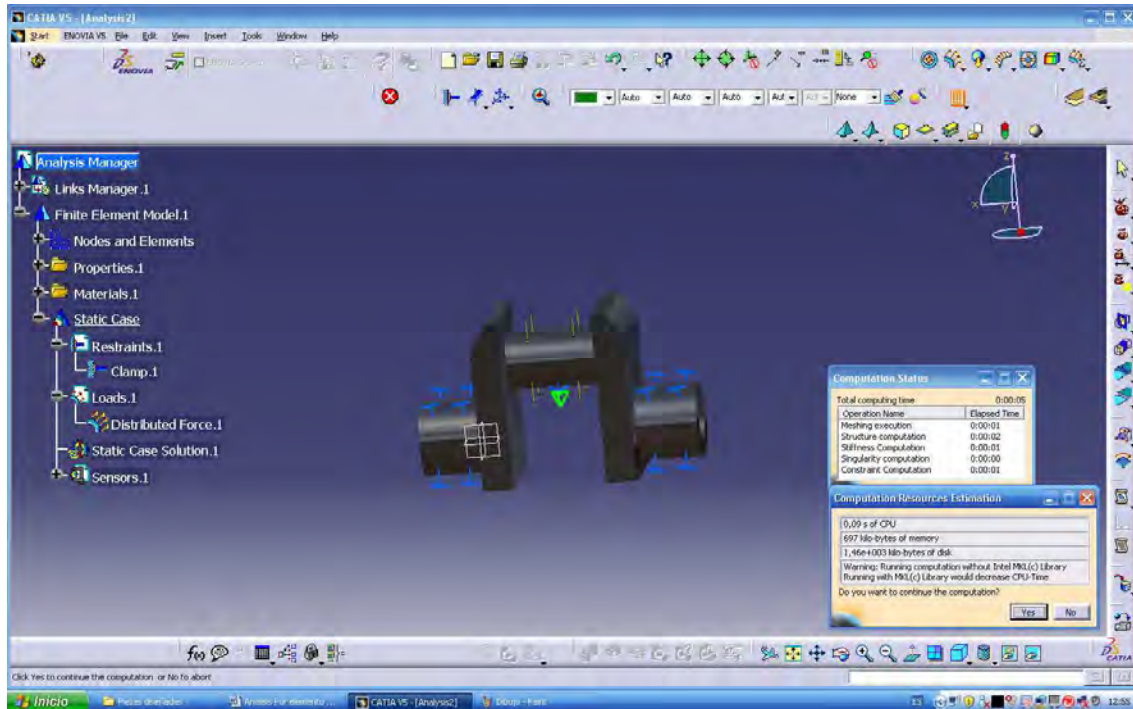


8º Paso. En este paso definiremos las direcciones vectoriales de los esfuerzos y las magnitudes que hemos calculado anteriormente mediante la normativa de la sociedad de clasificación.

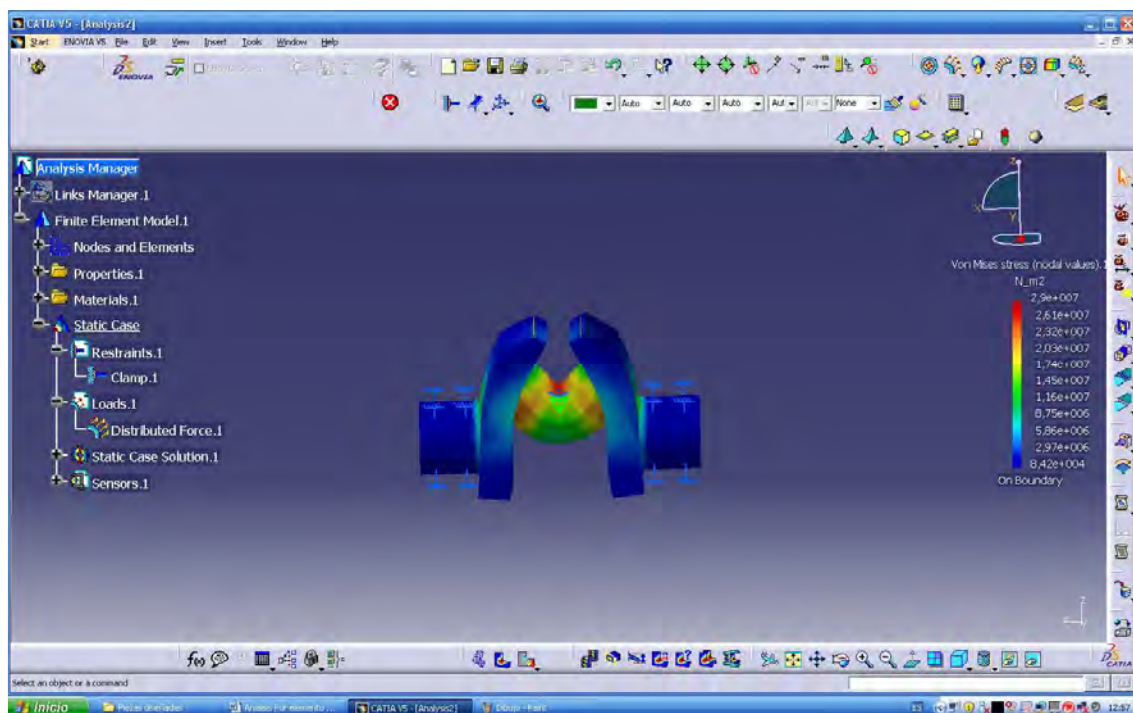




9º Paso. Una vez definidas las condiciones físicas a la que está expuesto el elemento, procedemos al análisis mediante elementos finitos.

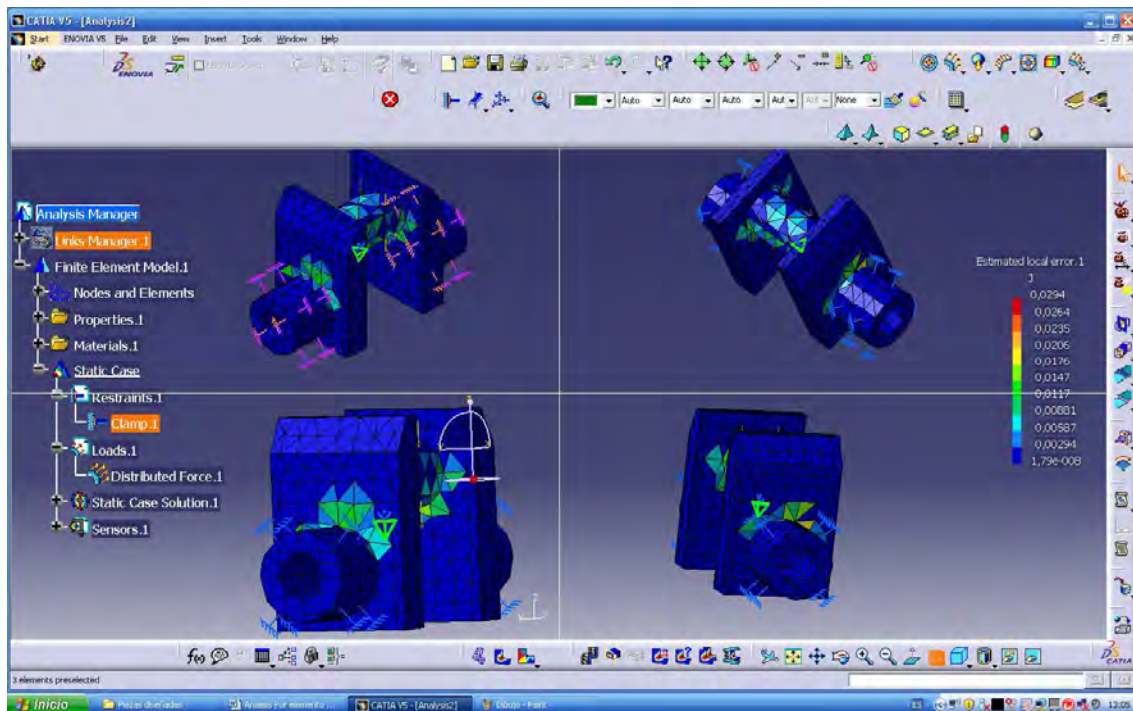


Este proceso tardará dependiendo de las ecuaciones diferenciales y matriciales que hayamos introducido en el cálculo previamente, y por supuesto de la potencia de computador con el que trabajemos.





10º Paso. Cuando tenemos la simulación de las repercusiones que el esfuerzo tendrá en nuestra pieza, es entonces cuando procedemos a sacar todas las conclusiones que debido a un tipo de esfuerzo, en unas condiciones desde el punto de vista de la estática pueden tener en el elemento diseñado.



En la anterior fotografía podemos ver la simulación para poder prever las localizaciones exactas, divididas en triángulos discretizados donde se colapsara el material si le aplicamos en la realidad las condiciones estáticas previamente definidas en el programa.

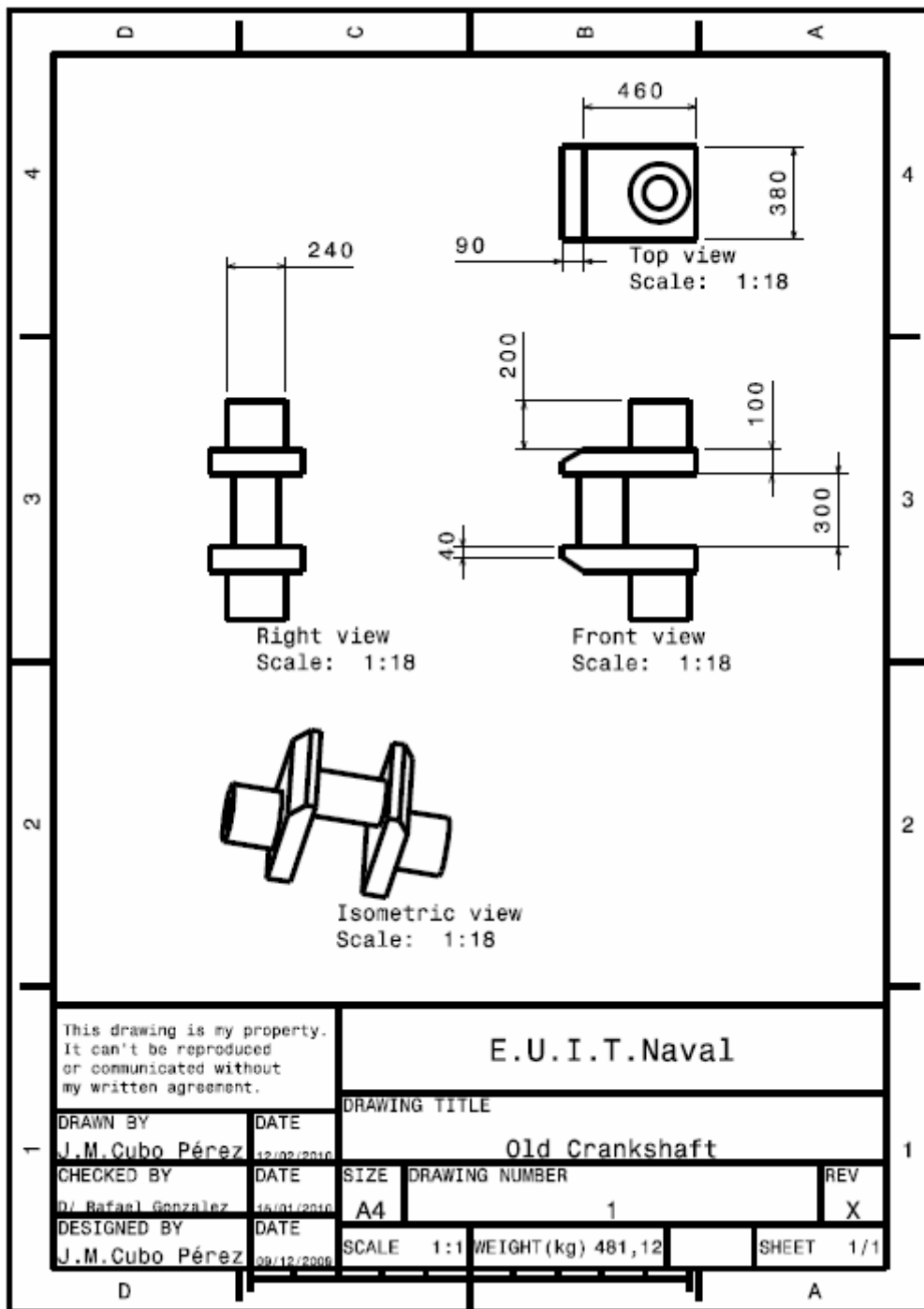
En el capítulo siguiente está plasmado los “Report” de todos los cigüeñales que hemos diseñado y analizados siguiendo los pasos antes narrado. Estarán compuestos desde su shop Drawing hasta su modelizado y simulado en 3D.



14. Diseños realizados y comparados con el software Catia V.5

En este capítulo trataremos los diversos diseños modelizados y analizados con el programa informático Catia V5.

1º (Old CrankShaff):





1º Old Crankshaft

MESH:

Entity	Size
Nodes	1108
Elements	3817

ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE4	3817 (100,00%)

ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Distortion (deg)	2760 (72,31%)	972 (25,47%)	85 (2,23%)	51,398	29,221
Stretch	3817 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	0,365	0,614
Length Ratio	3817 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	4,304	2,026

Materials.1

Material	Steel
Young's modulus	2e+011N_m2
Poisson's ratio	0,266
Density	7860kg_m3
Coefficient of thermal expansion	1,17e-005_Kdeg
Yield strength	2,5e+008N_m2



Static Case

Boundary Conditions

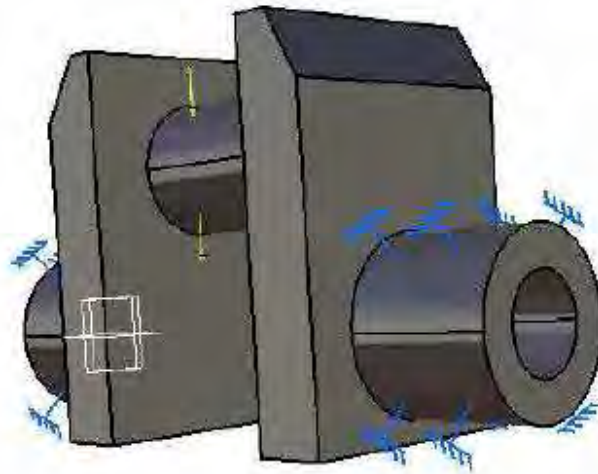


Figure 1

STRUCTURE Computation

Number of nodes	: 1108
Number of elements	: 3817
Number of D.O.F.	: 3324
Number of Contact relations	: 0
Number of Kinematic relations	: 0

Linear tetrahedron : 3817

RESTRAINT Computation

Name: RestraintSet.1

Number of S.P.C : 456



LOAD Computation

Name: Loads.1

Applied load resultant :

Fx = -4 . 228e-007 N
Fy = 2 . 936e-006 N
Fz = -8 . 700e+005 N
Mx = 8 . 700e+004 Nxm
My = -2 . 175e+005 Nxm
Mz = -8 . 434e-007 Nxm

STIFFNESS Computation

Number of lines : 3324
Number of coefficients : 58182
Number of blocks : 1
Maximum number of coefficients per bloc : 58182
Total matrix size : 0 . 68 Mb

SINGULARITY Computation

Restraint: RestraintSet.1

Number of local singularities : 0
Number of singularities in translation : 0
Number of singularities in rotation : 0
Generated constraint type : MPC

CONSTRAINT Computation

Restraint: RestraintSet.1

Number of constraints : 456
Number of coefficients : 0
Number of factorized constraints : 456
Number of coefficients : 0
Number of deferred constraints : 0



FACTORIZED Computation

Method : SPARSE
Number of factorized degrees : 2868
Number of supernodes : 520
Number of overhead indices : 17772
Number of coefficients : 166938
Maximum front width : 186
Maximum front size : 17391
Size of the factorized matrix (Mb) : 1.27364
Number of blocks : 1
Number of Mflops for factorization : 1.595e+001
Number of Mflops for solve : 6.821e-001
Minimum relative pivot : 6.230e-002

DIRECT METHOD Computation

Name: StaticSet.1

Restraint: RestraintSet.1

Load: LoadSet.1

Strain Energy : 1.379e+001 J

Equilibrium

Components	Applied Forces	Reactions	Residual	Relative Magnitude Error
Fx (N)	-4.2282e-007	4.2305e-007	2.3342e-010	3.4562e-015
Fy (N)	2.9355e-006	-2.9355e-006	2.9978e-011	4.4388e-016
Fz (N)	-8.7000e+005	8.7000e+005	-1.0477e-009	1.5514e-014
Mx (Nxm)	8.7000e+004	-8.7000e+004	-1.4552e-010	3.0781e-015
My (Nxm)	-2.1750e+005	2.1750e+005	-2.6193e-010	5.5406e-015
Mz (Nxm)	-8.4336e-007	8.4352e-007	1.6817e-010	3.5572e-015

Static Case Solution.1 - Deformed mesh.2

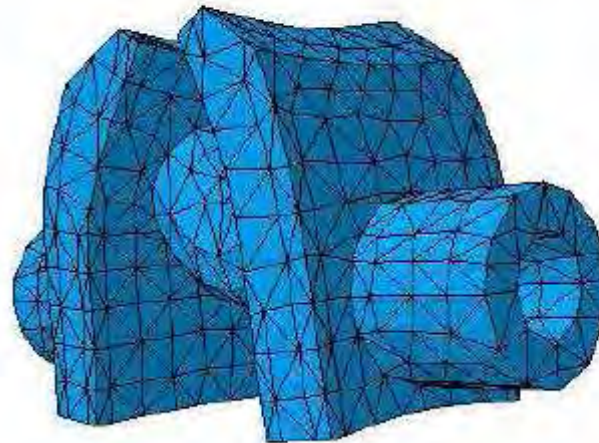


Figure 2

On deformed mesh — On boundary — Over all the model

Static Case Solution.1 - Von Mises stress (nodal values).2

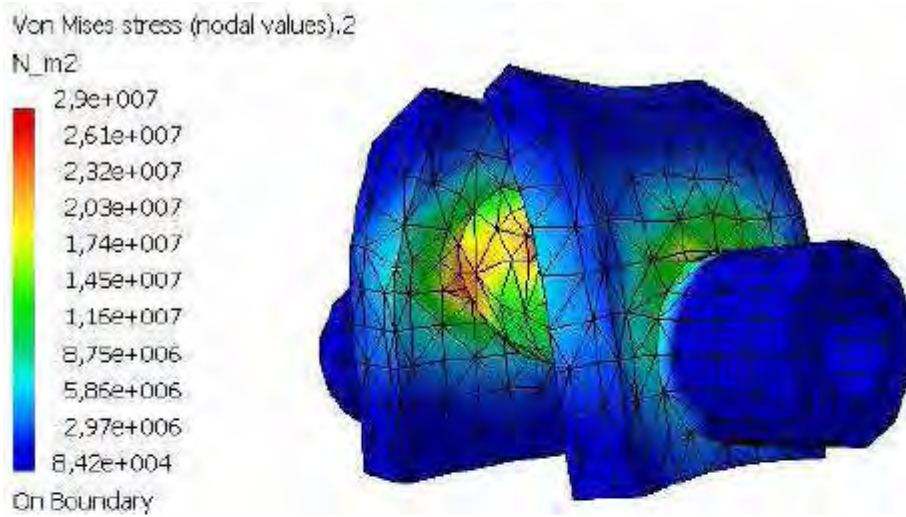


Figure 3

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh — On boundary ---- Over all the model

Static Case Solution.1 - Von Mises stress (nodal values).1

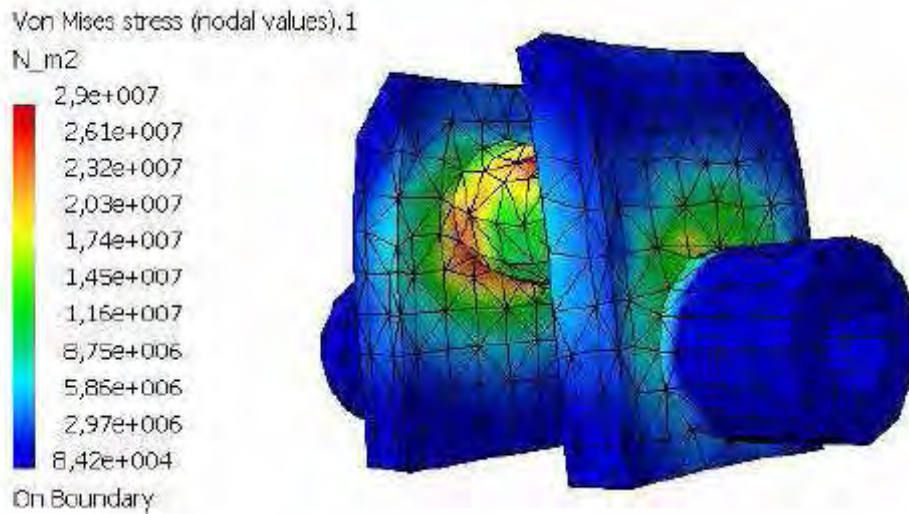


Figure 4

3D elements: : Components: : All

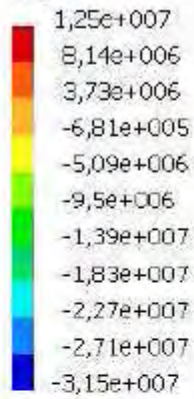
On deformed mesh — On boundary — Over all the model

Static Case Solution.1 - Stress principal tensor symbol.1



Stress principal tensor symbol.1

N_m2



On Boundary

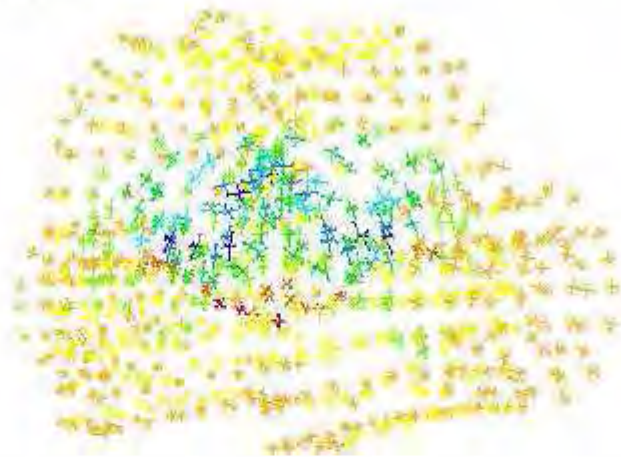


Figure 5

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh --- On boundary ---- Over all the model

Static Case Solution.1 - Translational displacement vector.1



Figure 6

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh --- On boundary --- Over all the model

Static Case Solution.1 - Estimated local error.1



Estimated local error, 1

J

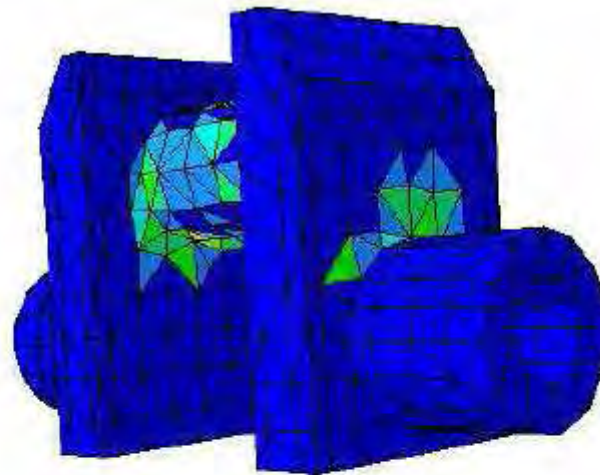
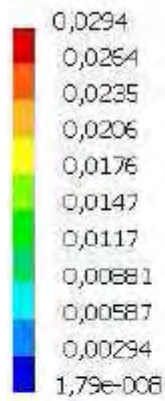


Figure 7

3D elements: : Components: : All

On all Elements ---- Over all the model

Static Case Solution.1 - Deformed mesh.1

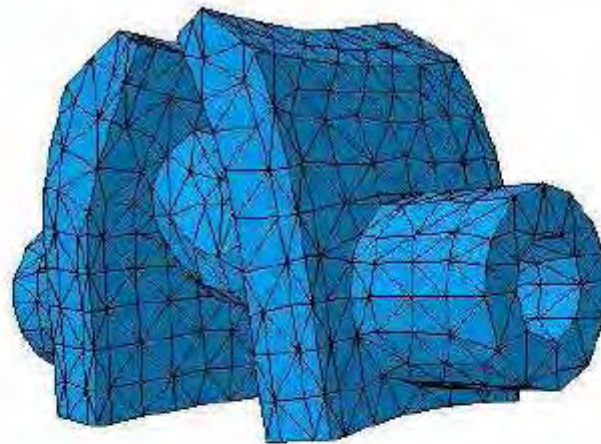


Figure 8

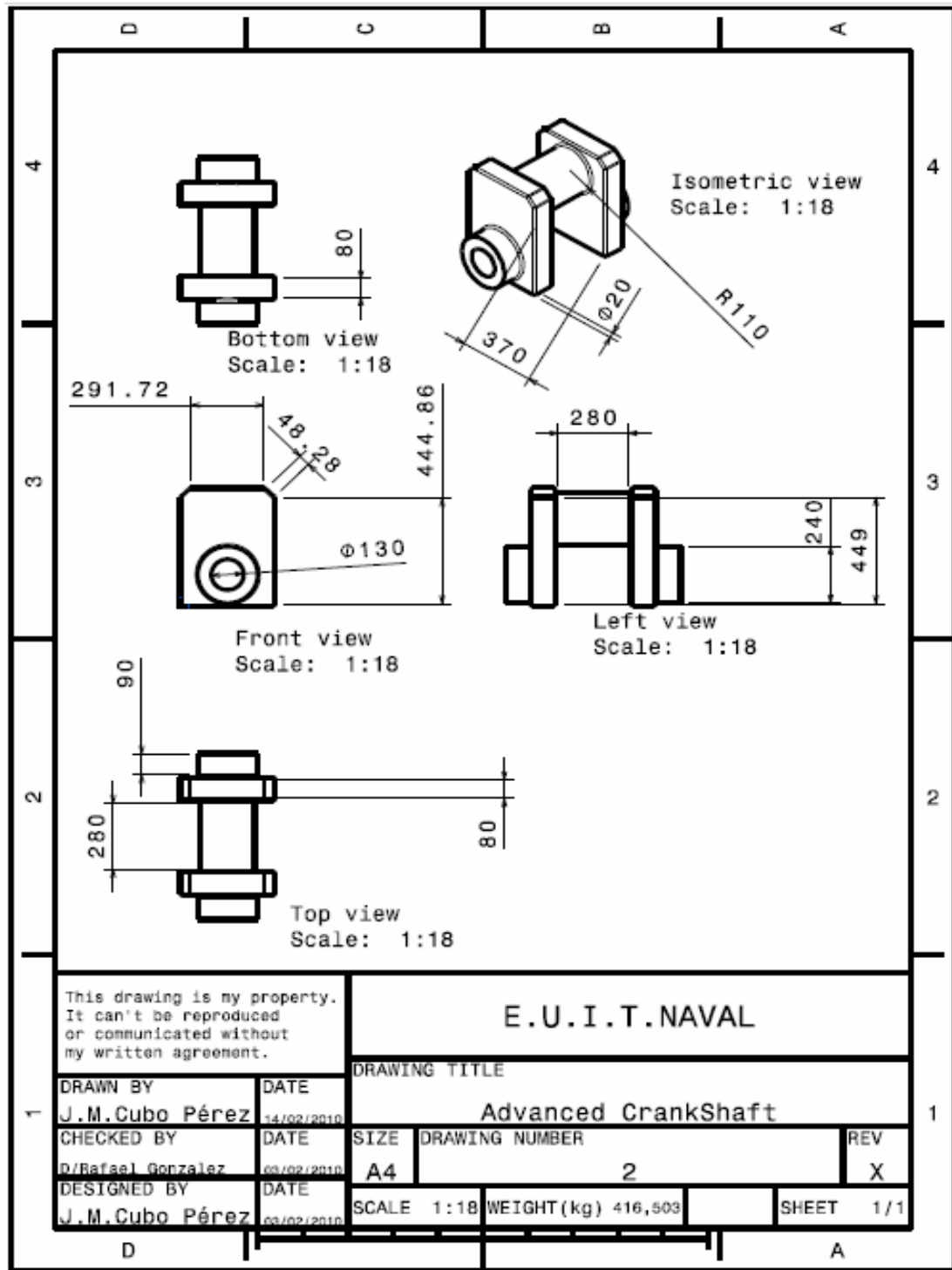
On deformed mesh — On boundary — Over all the model

Global Sensors

Sensor Name	Sensor Value
Energy	13,789J



2º (Advanced Crankshaft):





2º Advanced Crankshaft

MESH:

Entity	Size
Nodes	23955
Elements	14634

ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE10	14634 (100,00%)

ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Distortion (deg)	9970 (68,13%)	4085 (27,91%)	579 (3,96%)	53,973	29,983
Nodes Jacobian	14634 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	0,301	0,926
Stretch	14634 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	0,323	0,606
Length Ratio	14633 (99,99%)	1 (0,01%)	0 (0,00%)	5,093	2,015



Materials.1

Material	Steel
Young's modulus	2e+011N_m2
Poisson's ratio	0,266
Density	7860kg_m3
Coefficient of thermal expansion	1,17e-005_Kdeg
Yield strength	2,5e+008N_m2



Static Case

Boundary Conditions

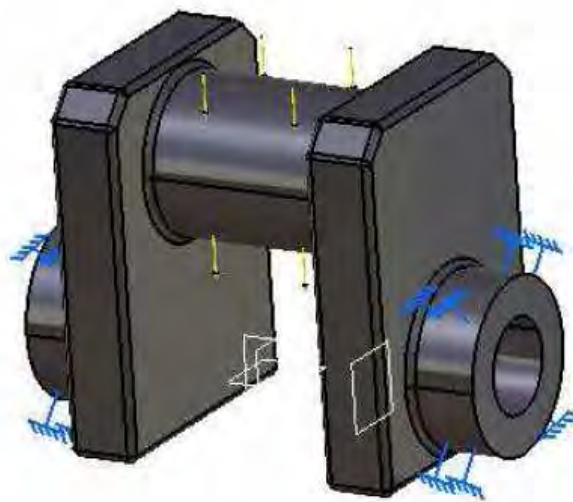


Figure 1



STRUCTURE Computation

Number of nodes : 23955
Number of elements : 14634
Number of D.O.F. : 71865
Number of Contact relations : 0
Number of Kinematic relations : 0

Parabolic tetrahedron : 14634

RESTRAINT Computation

Name: RestraintSet.1

Number of S.P.C : 1668

LOAD Computation

Name: Loads.1

Applied load resultant :

$F_x = -7.153e-007 \text{ N}$
 $F_y = -4.917e-007 \text{ N}$
 $F_z = -8.700e+005 \text{ N}$
 $M_x = -1.653e+005 \text{ Nxm}$
 $M_y = -1.305e+005 \text{ Nxm}$
 $M_z = 1.588e-007 \text{ Nxm}$



STIFFNESS Computation

Number of lines	:	71865
Number of coefficients	:	2783952
Number of blocks	:	6
Maximum number of coefficients per bloc	:	499998
Total matrix size	:	32 . 13 Mb

SINGULARITY Computation

Restraint: RestraintSet.1

Number of local singularities	:	0
Number of singularities in translation	:	0
Number of singularities in rotation	:	0
Generated constraint type	:	MPC

CONSTRAINT Computation

Restraint: RestraintSet.1

Number of constraints	:	1668
Number of coefficients	:	0
Number of factorized constraints	:	1668
Number of coefficients	:	0
Number of deferred constraints	:	0



FACTORIZED Computation

Method	:	SPARSE
Number of factorized degrees	:	70197
Number of supernodes	:	2797
Number of overhead indices	:	442155
Number of coefficients	:	25954476
Maximum front width	:	1713
Maximum front size	:	1468041
Size of the factorized matrix (Mb)	:	198.017
Number of blocks	:	26
Number of Mflops for factorization	:	1.842e+004
Number of Mflops for solve	:	1.042e+002
Minimum relative pivot	:	1.275e-001

DIRECT METHOD Computation

Name: StaticSet.1

Restraint: RestraintSet.1

Load: LoadSet.1

Strain Energy : 1.707e+001 J

Equilibrium

Components	Applied Forces	Reactions	Residual	Relative Magnitude Error
Fx (N)	-7.1526e-007	7.1800e-007	2.7436e-009	2.7563e-013
Fy (N)	-4.9174e-007	4.8811e-007	-3.6318e-009	3.6486e-013
Fz (N)	-8.7000e+005	8.7000e+005	1.5367e-008	1.5438e-012
Mx (Nxm)	-1.6530e+005	1.6530e+005	3.7544e-009	7.5435e-013
My (Nxm)	-1.3050e+005	1.3050e+005	2.7649e-010	5.5553e-014
Mz (Nxm)	1.5883e-007	-1.5924e-007	-4.1114e-010	8.2608e-014



Static Case Solution.1 - Deformed mesh.2

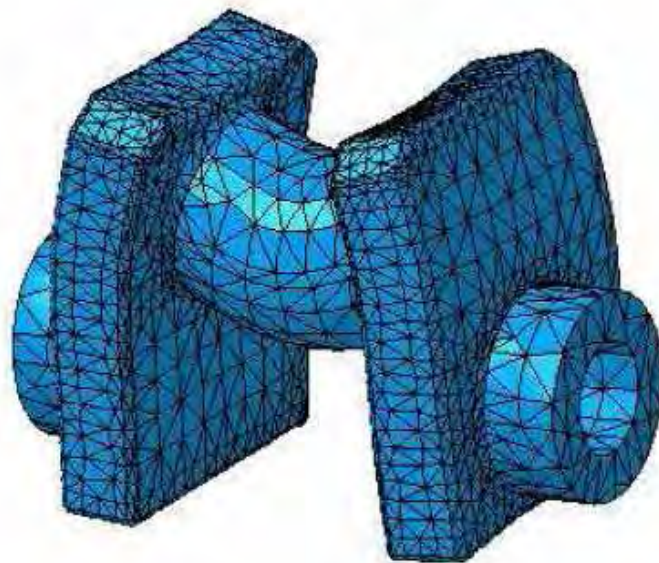


Figure 2

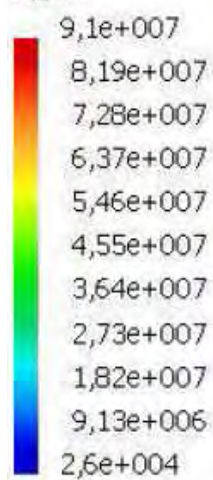
On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Von Mises stress (nodal values).1

Von Mises stress (nodal values),2

N_m2



On Boundary

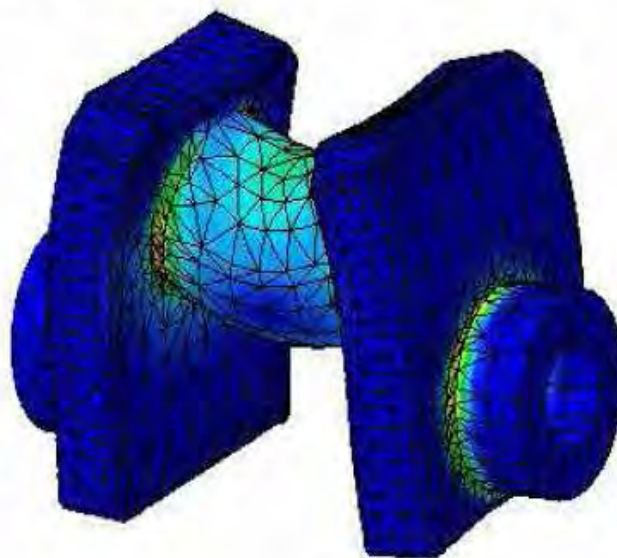


Figure 3

3D elements: : Components: : All

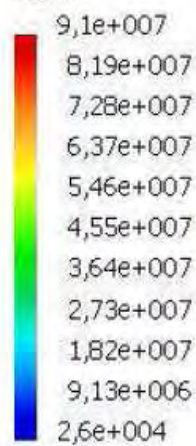
On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Static Case Solution.1 - Von Mises stress (nodal values).1



Von Mises stress (nodal values).1

N_m2



On Boundary

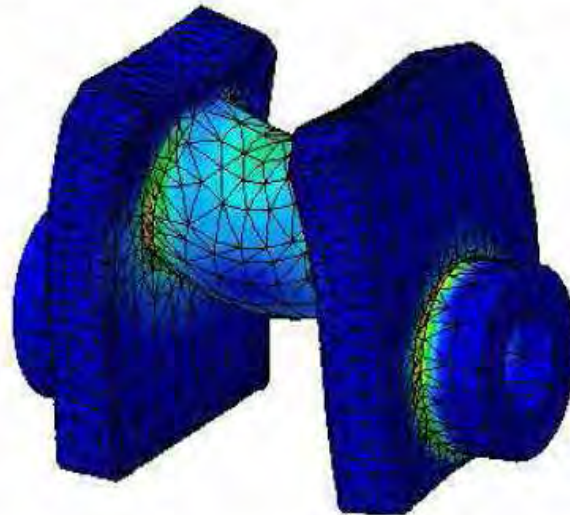


Figure 4

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh ----- On boundary ----- Over all the model

Static Case Solution.1 - Translational displacement vector.1



Translational displacement vector.1
mm

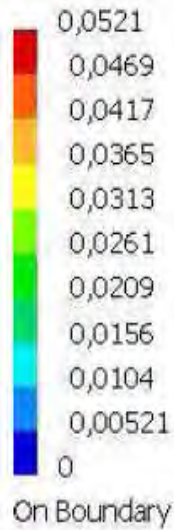


Figure 5

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Static Case Solution.1 - Deformed mesh.1

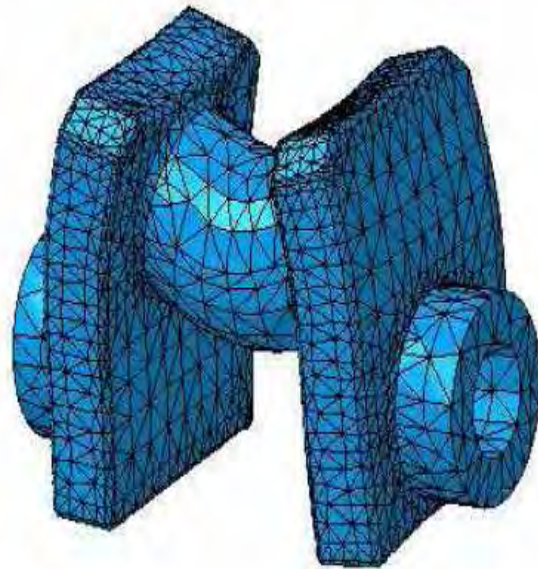


Figure 6

On deformed mesh ----- On boundary ----- Over all the model

Static Case Solution.1 - Stress principal tensor symbol.1



Stress principal tensor symbol.1

N_m2



On Boundary

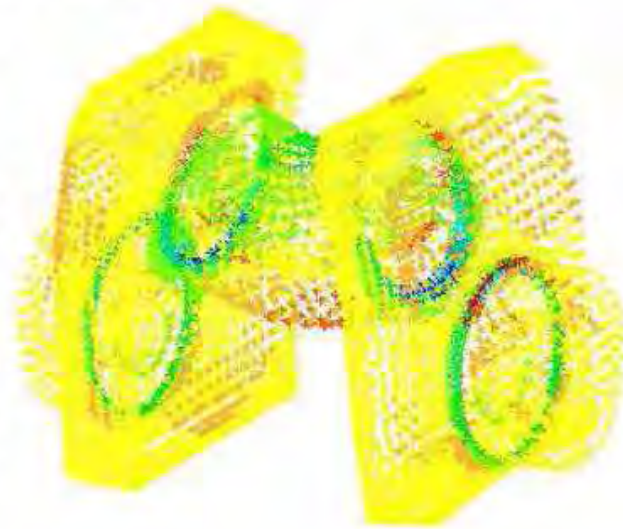


Figure 7

3D elements: : Components: : All

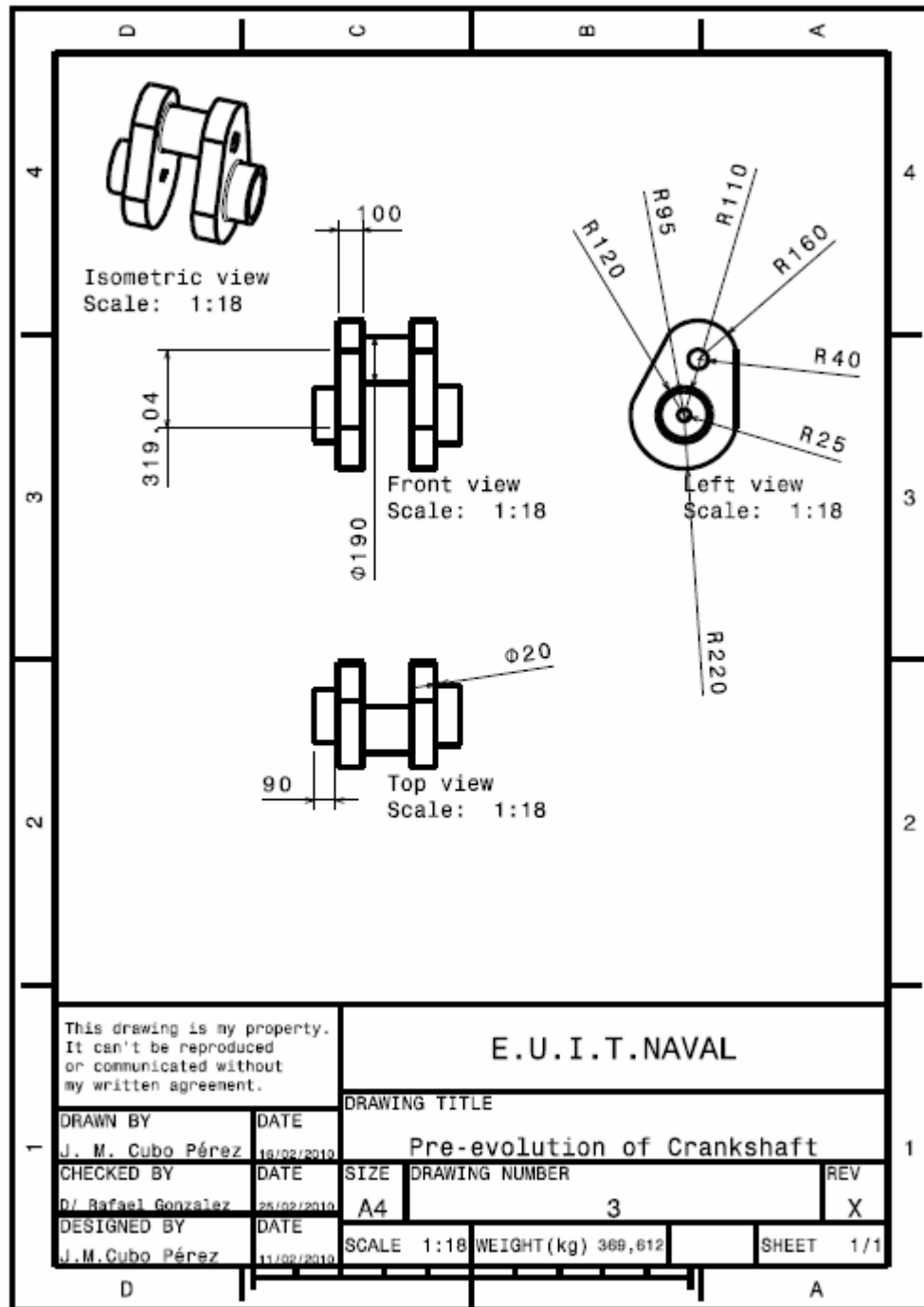
On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Global Sensors

Sensor Name	Sensor Value
Energy	17,069J



3º (The pre-evolution of Crankshaft):





Pre-evolution Crankshaft

MESH:

Entity	Size
Nodes	3123
Elements	12220

ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE4	12220 (100.00%)

ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Distortion (deg)	8748 (71,59%)	3162 (25,88%)	310 (2,54%)	52,350	29,177
Stretch	12220 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	0,304	0,620
Length Ratio	12220 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	3,838	1,976

Materials.1

Material	Steel
Young's modulus	2e+011N_m2
Poisson's ratio	0,266
Density	7860kg_m3
Coefficient of thermal expansion	1,17e-005_Kdeg
Yield strength	2,5e+008N_m2



Static Case

Boundary Conditions

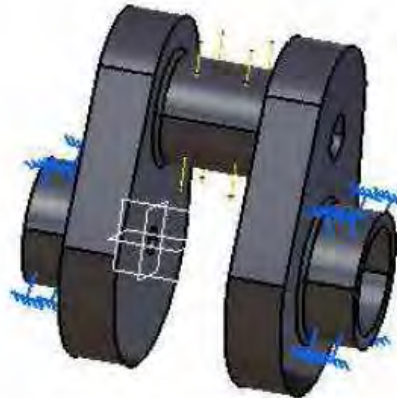


Figure 1

STRUCTURE Computation

Number of nodes	:	3123
Number of elements	:	12220
Number of D.O.F.	:	9369
Number of Contact relations	:	0
Number of Kinematic relations	:	0

Linear tetrahedron : 12220



RESTRAINT Computation

Name: RestraintSet.1

Number of S.P.C : 711

LOAD Computation

Name: Loads.1

Applied load resultant :

$F_x = -3.949e-007$ N

$F_y = -4.484e-007$ N

$F_z = -8.700e+005$ N

$M_x = 1.632e-004$ Nxm

$M_y = -8.700e+004$ Nxm

$M_z = 2.879e-007$ Nxm

STIFFNESS Computation

Number of lines : 9369

Number of coefficients : 175257

Number of blocks : 1

Maximum number of coefficients per bloc : 175257

Total matrix size : 2.04 Mb



SINGULARITY Computation

Restraint: RestraintSet.1

Number of local singularities : 0
Number of singularities in translation : 0
Number of singularities in rotation : 0
Generated constraint type : MPC

CONSTRAINT Computation

Restraint: RestraintSet.1

Number of constraints : 711
Number of coefficients : 0
Number of factorized constraints : 711
Number of coefficients : 0
Number of deferred constraints : 0

FACTORIZED Computation

Method : SPARSE
Number of factorized degrees : 8658
Number of supernodes : 972
Number of overhead indices : 55740
Number of coefficients : 1100403
Maximum front width : 468
Maximum front size : 109746
Size of the factorized matrix (Mb) : 8.39541
Number of blocks : 2
Number of Mflops for factorization : 2.499e+002
Number of Mflops for solve : 4.445e+000
Minimum relative pivot : 1.801e-001



DIRECT METHOD Computation

Name: StaticSet.1

Restraint: RestraintSet.1

Load: LoadSet.1

Strain Energy : 1.477e+001 J

Equilibrium

Components	Applied Forces	Reactions	Residual	Relative Magnitude Error
Fx (N)	-3.9488e-007	3.9507e-007	1.9259e-010	7.6908e-015
Fy (N)	-4.4843e-007	4.4868e-007	2.4875e-010	9.9336e-015
Fz (N)	-8.7000e+005	8.7000e+005	3.0268e-009	1.2087e-013
Mx (Nxm)	1.6320e-004	-1.6320e-004	1.3360e-010	1.3338e-014
My (Nxm)	-8.7000e+004	8.7000e+004	1.3097e-009	1.3075e-013
Mz (Nxm)	2.8786e-007	-2.8786e-007	3.2863e-014	3.2809e-018



Static Case Solution.1 - Deformed mesh.2



Figure 2

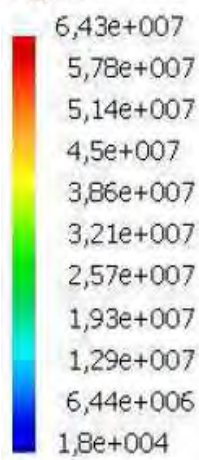
On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Von Mises stress (nodal values).2

Von Mises stress (nodal values).2

N_m2



On Boundary

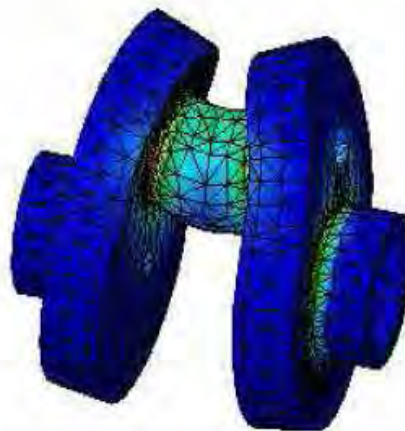


Figure 3

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Von Mises stress (nodal values).1

Von Mises stress (nodal values), 1

N_m2



On Boundary

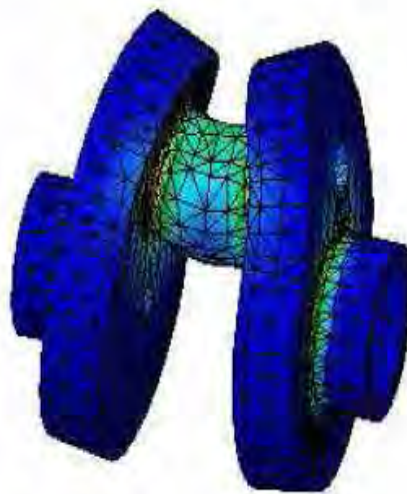


Figure 4

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Translational displacement vector.1

Translational displacement vector.1

mm



On Boundary



Figure 5

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Deformed mesh.1



Figure 6

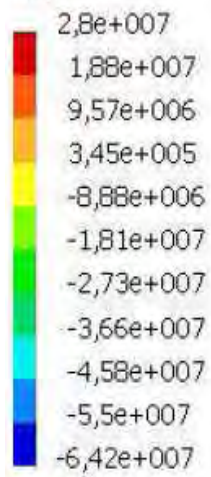
On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Stress principal tensor symbol.1

Stress principal tensor symbol.1

N_m2



On Boundary



Figure 7

3D elements: : Components: : All

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model



Static Case Solution.1 - Estimated local error.1

Estimated local error, 1

J

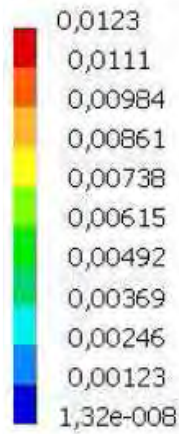


Figure 8

3D elements: : Components: : All

On all Elements ---- Over all the model

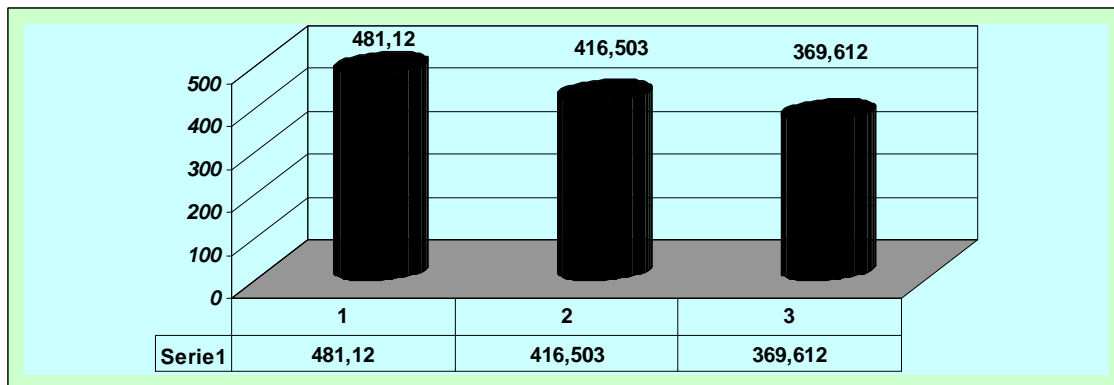
Global Sensors

Sensor Name	Sensor Value
Energy	14,773J

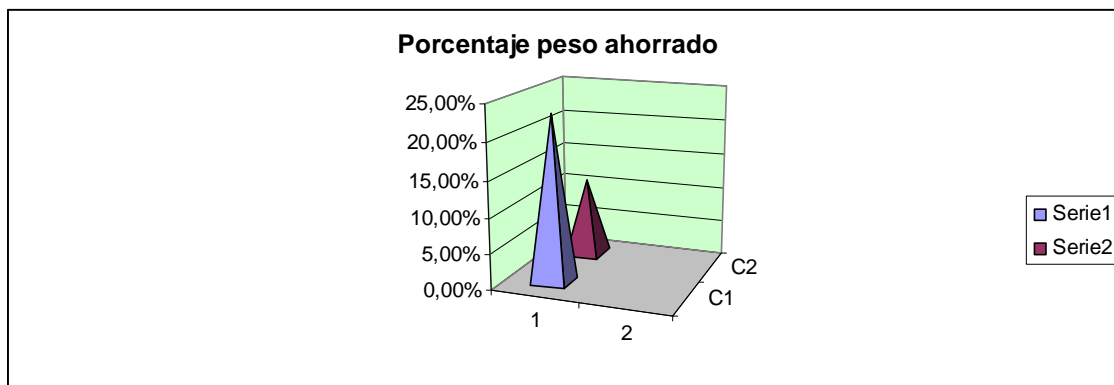


15. Estudio comparativo de los diferentes Elementos

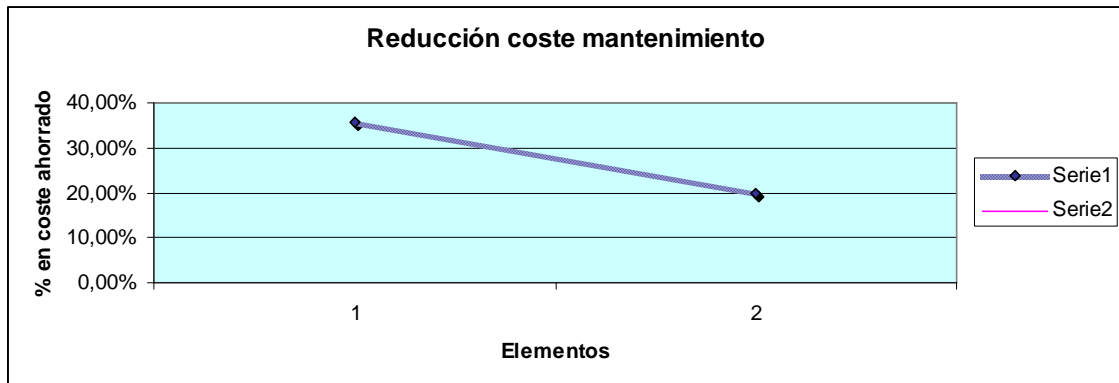
Element	Material	Weight Kg
1º Old Crankshaft	Steel	481,12
2º Advanced Crankshaft	Steel	416,503
3º Pre-evolution Crankshaft	Steel	369,612



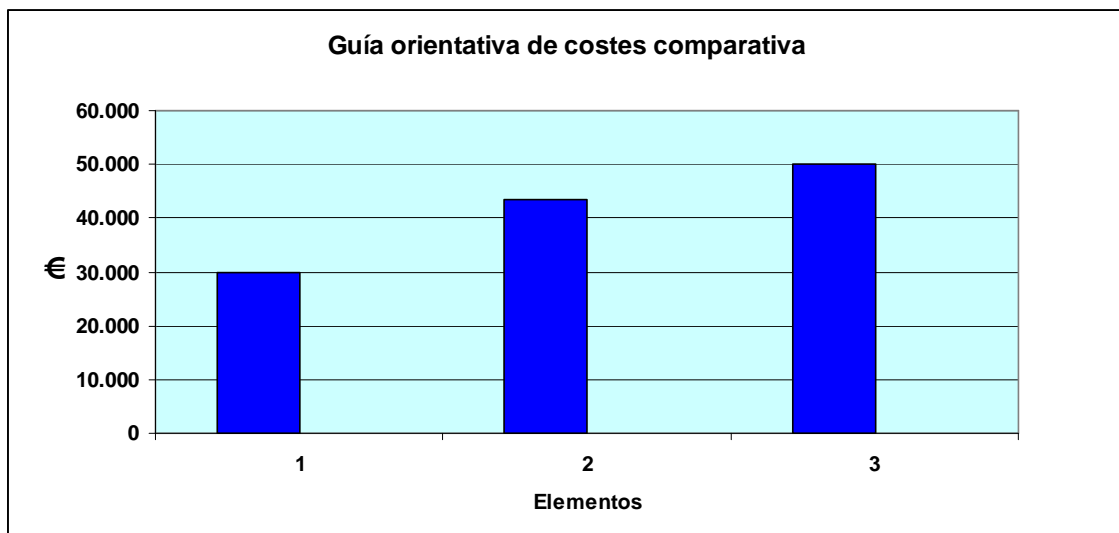
Comparison	% Weight Saved
1º Crankshaft Vs 3º Crankshaft	23,00%
2ºCrankshaft Vs 3º Crankshaft	11,00%



Comparison	% Maintenance Cost
1º Crankshaft Vs 3º Crankshaft	35,56%
2ºCrankshaft Vs 3º Crankshaft	19,78%



Element	Machining Cost
1° Old Crankshaft	30.000
2° Advanced Crankshaft	43.500
3° Pre-evolution Crankshaft	54.000





Conclusiones

Tras finalizar este estudio, en el cuál hemos analizado el cigüeñal de un motor diesel naval mediante la reglamentación G.L: Register of Shipping, y posteriormente analizado por metodos numericos y simulados estos en Catia V5; llegamos a una serie de conclusiones las cuales expongo a continuación:

El método de los elementos finitos permite analizar diversos tipos de problemas, ya sean estáticos, dinámicos, etc., de una estructura naval, por compleja que sea ésta, y a poder abordar el problema en sus diferentes ámbitos, obteniendo resultados de valor práctico y con exactitud imposibles de alcanzar de otra forma.

Un modelo tridimensional en elementos finitos permite analizar cualquier zona del buque, aislándola y pudiendo observar su comportamiento particular, en la condición de carga aplicada al modelo global.

Antes de comenzar cualquier tipo de análisis, es recomendable hacer un estudio detallado de lo que se persigue con la modelación, evitando con esto “errores de partida”, que pueden llevar a rehacer el modelo, o en situaciones extremas, transformar un problema de fácil solución en uno prácticamente inabordable, ya que el objetivo del método es facilitar la tarea de diseño.

Para el caso del modelo del cigüeñal del motor, es fundamental contar con la información precisa del motor a instalar, ya que la información y recomendaciones del fabricante de éste son claves en el diseño de la estructura del fundamento.

Es conveniente analizar el modelo de fundamento para un rango de frecuencias forzadas más amplio y también refinar el mallado de las zonas sometidas a mayor esfuerzo para obtener resultados más precisos.

Es importante comparar los resultados de un análisis modal con un análisis armónico para encontrar frecuencias que provoquen algún tipo de resonancia en la estructura. Es necesario incorporar en la etapa del diseño estructural naval, el estudio de posibles vibraciones en frecuencias resonantes, de modo de implementar acciones correctivas que son difíciles de ejecutar una vez que la estructura está construida. Acciones correctivas pueden consistir en una modificación de la rigidez estructural o cambios en la distribución de masa del sistema.

Otra conclusión importante a la que se llega, es en el nivel de alcance de optimización al que se puede llegar en el diseño y la fabricación de un buque si se aplicasen a la mayoría de las piezas fundamentales y elementales de éste, el método de los elementos finitos.

El uso de este método para los cálculos estructurales que las Sociedades de Clasificación contemplan en sus reglamentaciones, y los beneficios que aporta al diseño en la ingeniería naval; es actualmente la manera de evolucionar en los nuevos buques junto con la experiencia aportada por los años de construcción naval.



Esta aplicación, posibilita una mayor ventaja en la oferta del astillero, a la hora de establecer el "Pay load" en los buques, ya que, realizando este estudio detallado, ayudará a la disminución de empacho a la hora de escantillonar todas las estructuras de servicios y maquinarias de éstos, y por supuesto nunca renunciando ni a la seguridad ni a la fiabilidad.

Otra de las conclusiones que hemos obtenido a raíz del desarrollo de este proyecto, es la capacidad de prever el peso exacto, propiedades físicas y la forma del elemento a diseñar al detalle; llegando incluso hasta la capacidad de prever ciertos comportamientos de los elementos montados en el buque.

Esto permitirá un enorme avance en la construcción naval desde el punto de vista de ahorros a largo plazo.

1- Ahorros en peso del elemento en sí: lo que supone una disminución de la sobrecarga vibracional muchísimo menor provocados por los esfuerzos dinámicos propios que son sucedidos en el interior de la máquina térmica a la que formará parte dicho elemento.

Este simple hecho de reducir los esfuerzos dinámicos hace que se pueda reducir el polín estructural que actuará de soporte del motor diesel en este caso estudiado.
(ahorro a corto plazo)

2- Disminución del Rozamiento:

Otro factor que se verá reducido será el rozamiento en los puntos de apoyos, lo que permitirá reducir el nivel de lubricante a aportar al motor, esto a su vez permitirá un tanque de lubricación mucho menor, puesto que ya no será necesario que el buque transporte tanto lubricante para el motor como antes.
(Ahorro a largo plazo, en espacio y consumo de lubricación)

3-Disminución de refrigeración:

Por otra parte la refrigeración necesaria para el óptimo funcionamiento del motor, se verá reducida, debido a disminución del rozamiento interno de la máquina por lo tanto, tampoco será necesario ni tanto refrigerante ni tanto espacio para este.

Por lo que ese espacio ahorrado será útil para otros menesteres, como mayor volumen de los tanques de combustible (mayor autonomía) o incluso mayor volumen de carga.

4- Disminución de vibraciones:

El nivel de masas en movimientos en los buques hoy día está generalizado en la mayoría de las máquinas motrices, ya sean propulsores o de maquinaria de servicio.



Este es un grave problema que tiene lugar en los buques debido a la desestimación del afinamiento en el diseño, y que ocasionan multitudes de problemas de resquebrajamientos de uniones soldadas debido a las resonancias, y que son bastantes caras a la hora de subsanar, este problema también se puede prevenir con un buen afinamiento en los cálculos MEF, y con la ayuda de los nuevos programas informáticos como el usado en este proyecto.

De todo lo expuesto destacamos.

Que la aplicación permite al campo de la ingeniería nivel global y naval en particular, la simulación y observación de los elementos que diseñemos para las diferentes condiciones de trabajo que se producen a bordo de los buques, de una forma más imaginativa e intuitiva al mismo tiempo.

No solo se pueden observar sino que también se pueden preveer comportamientos no deseados de dichos elementos así como los materiales utilizados.

Con todo ello, se optimiza aun más en el diseño gracias a la simulación de distribución de esfuerzos, el cual nos proporciona el programa, y que queda totalmente definido y calculado. De este modo el elemento será examinado por el ingeniero, él cual verificará si ese elemento para ese servicio es apto o no, y ver el modo de hacerlo apto de manera mas descriptiva y detallada y sobre todo razonada con una mayor base científica.



Agradecimientos

A mis padres, Manuel y Dolores, porque sin ellos me hubiese costado aún más el finalizar estos estudios, y que gracias a su esfuerzo y apoyo me ha resultado más fácil conseguir uno de mis objetivos, y alcanzar parte de mi desarrollo académico.

A mis tutores del proyecto Doña María de los Santos Bruzón Gallego y D Rafael González Inares, gracias a su perseverancia y atención personal. Sin sus respectivas tutorías, en los distintos tramos de este proyecto no habría sido posible su desarrollo hasta este nivel.

A todos y cada uno de los profesores que me han impartido docencia en este centro, ya que me han aportado el conocimiento necesario, para llevar a cabo este proyecto final de carrera.



Bibliografía

Páginas Web consultadas para la realización de este proyecto:

http://campus.fortunecity.com/duquesne/623/home/ciguenial/ciguenial_solo_texto.htm

http://www.shipsnostalgia.com/guides/William_Doxford_and_Sons

<http://www.raco.cat/index.php/RevistaMetodosNumericos/article/viewFile/68659/101384>

http://mingaonline.uach.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-025X2005000100004&lng=es&nrm=iso#f4

http://www.oil-offshore-marine.com/show_cv.php?id=106854

http://www.maritime-conferences.com/asranet2010-conference/asranet2006/PDF/048_068_3rd-ASRANET%20Glasgow.pdf

http://www.gl-group.com/pdf/Certification_SWT_WWEC_MSte_Poll_2009.pdf

http://www.ingenierosnavales.com/foros/foro_show_questionn.asp?idPregunta=000000151

http://www.google.es/imgres?imgurl=http://www.petremarcu.com/poze/korea_zeeland.jpg&imgrefurl=http://www.petremarcu.com/newbuilding-projects/&h=600&w=800&sz=91&tbnid=FuArwOAbk9hP4M:&tbnh=107&tbnw=143&prev=/images%3Fq%3Dship%2Bconstruction&hl=es&usq=uaAUSP5azI0_rVIhVtiFtq_UOJQ=&ei=ycXAS8rOI5qM_AaYqczmBg&sa=X&oi=image_result&resnum=7&ct=image&ved=0CCEQ9QEwBg

<http://documents.wolfram.com/applications/structural/FiniteElementMethod.html>



Bibliografía utilizada:

- M^a de los Santos Bruzón. **Apuntes de asignaturas Análisis numérico en ingeniería.**
- M.Vázquez y E. López. **El Método de los elementos finitos aplicado al análisis estructural.**Ed. Noela,2001.
- Betten, J. :**Finite Elemente für Ingenieure 1.**Editorial Springer,Berlin, 1997
- Eschenauer,H.;Schnell,W. **Elastizitätstheorie,Formel und Aufgabensammlung,**BI-Editorial Wissenschaft,Mannheim,1994.
- O.C Zienkiewicz, R.L. Taylor **El Método de los elementos finitos .Cuarta edición,** volumen-1.
- **Catia V5 Solutions, Version 5 Release 17,** English online documentation,Dassault Systèmes,París,2006
- N.Petrovsky **Marine Internal combustion Engines** Ed.MIR-MOSCÚ 1926
- Shirley,J.E.;Mischke,Ch.R.:**Mechanical Engineering Desing,** Ed. McGraw-Hill,inc.USA,1990.

